ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

ПРАКТИКУМ ПО ГЕОМЕТРИИ 8 КЛАСС

Учебное пособие

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ» КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ПРАКТИКУМ ПО ГЕОМЕТРИИ 8 КЛАСС

Учебное пособие

Краснодар, 2021

УДК 514.01
ББК 74.262.21
П 69

Рекомендовано к изданию решением редакционно-издательского совета ГБОУ ИРО Краснодарского края от 17.08.2021 г.

Одобрено на внеочередном заседании Регионального учебно-методического объединения в системе общего образования Краснодарского края (протокол № 4 от 18.08.2021 г.)

Утверждено на заседании Ученого совета ГБОУ ИРО Краснодарского края протоколом № 6 от 31.08.2021 г.

Рецензент:

Васильева Ирина Викторовна, доцент кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ, к.п.н.

Авторы–составители:

Белай Елена Николаевна., заведующий кафедрой математики и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края
Барышенский Дмитрий Сергеевич, доцент кафедры математики и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края
Белкина Светлана Михайловна, учитель математики МАОУ СОШ № 75 г. Краснодара
Казакова Наталья Михайловна, учитель математики МБОУ СОШ № 73 г. Краснодара
Клепань Людмила Ивановна, учитель математики МАОУ СОШ № 99 г. Краснодара
Пасюкевич Анна Александровна, учитель математики МБОУ СОШ № 33 ст. Архангельской Тихорецкого района
Пухова Елена Сергеевна, учитель математики МБОУ СОШ № 2 г. Апшеронска
Улитина Галина Сергеевна, учитель математики МАОУ СОШ № 102 г. Краснодара
Чепрасова Анна Валериевна, учитель математики МБОУ СОШ № 47 г. Краснодара
Шурубова Лидия Павловна, учитель математики МАОУ гимназии № 92 г. Краснодара

Практикум по геометрии 8 класс: учебное пособие. / под ред. Е.Н. Белай. – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. - 2021. - 116 с.

Данное пособие входит в учебно-методический комплект для преподавания элективного курса для обучающихся 8-х классов «Практикум по геометрии» и предназначено для обучающихся. В пособии собран краткий теоретический материал, задачи на проверку теоретических знаний и практических умений по геометрии базового и повышенного уровня сложности, исторические сведения.

Оглавление

От авторов

Дорогой восьмиклассник!

Ты держишь в руках учебное пособие к курсу «Практикум по геометрии», которое поможет тебе узнать интересные исторические факты, научиться решать различные задачи, хорошо подготовиться к итоговой аттестации по математике. В этом пособии собран краткий теоретический материал, задачи на проверку теоретических знаний и практических умений по геометрии базового и повышенного уровня сложности, исторические сведения.

Номера заданий на проверку теоретических знаний обозначены (Т1), номера заданий повышенного уровня сложности подчеркнуты (<u>12</u>). В конце пособия предусмотрена рубрика «Исторические сведения».

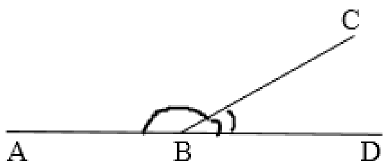
Мы надеемся, что занятия курса «Практикум по геометрии» будут для тебя интересными и полезными. Желаем успехов в изучении геометрии!

Раздел 1. Углы. Треугольники

Теоретический материал.

Смежные и вертикальные углы.

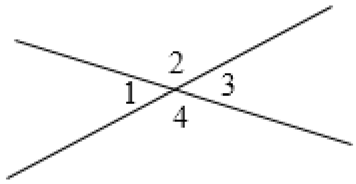
Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой, называются *смежными*.



Сумма смежных углов равна 180^0.

$$\angle ABC + \angle CBD = 180^0$$

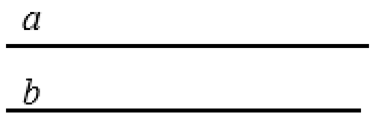
Два угла называются *вертикальными*, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.



$\angle 1$ и $\angle 3$, $\angle 2$ и $\angle 4$ вертикальные.
Вертикальные углы равны.
$\angle 1 = \angle 3,\ \angle 2 = \angle 4$.

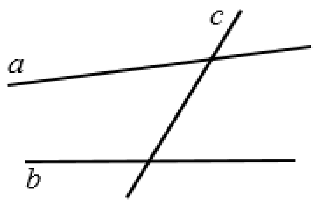
Углы при параллельных прямых и секущей.

Две прямые на плоскости называются *параллельными*, если они не пересекаются.

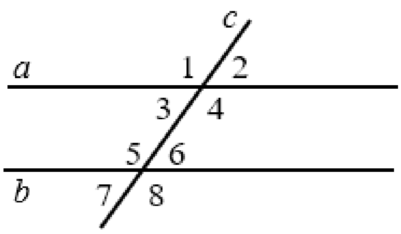


$$a \parallel b$$

Прямая c называется *секущей* по отношению к прямым a и b, если она пересекает их в двух точках.



При пересечении двух прямых секущей образуются 8 углов.



$\angle 3$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 5$ – *внутренние накрест лежащие углы*

$\angle 3$ и $\angle 5$, $\angle 4$ и $\angle 6$ – *внутренние односторонние углы*

$\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 8$ – *соответственные углы*.

Признаки параллельности прямых.

1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
2. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.
3. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180^0, то прямые параллельны.

Свойства параллельных прямых.

1. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.
2. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180^0.
3. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

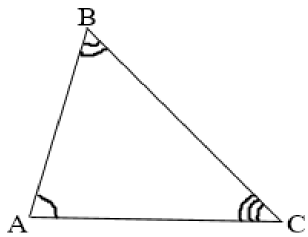
Аксиома параллельных прямых.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Следствия.

1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.
2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

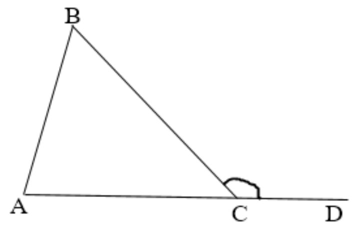
Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника.



Теорема.

Сумма углов треугольника равна 180^0.

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$$



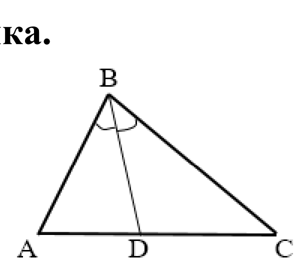
Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.

$\angle BCD$ – *внешний.*

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

$\angle BCD = \angle A + \angle B$.

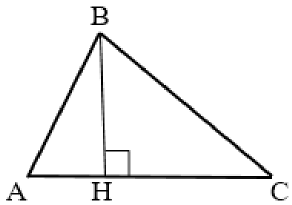
Биссектриса, высота, медиана треугольника.



Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется *биссектрисой треугольника.*

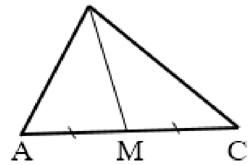
BD – биссектриса треугольника *ABC*,$\angle ABD = \angle CBD$.

Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется *высотой треугольника.*



BH – высота треугольника ABC, $BH \perp AC$.

Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется *медианой треугольника.*



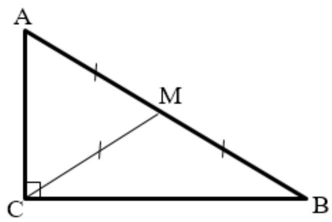
BM – медиана треугольника ABC, $AM=MC$.

Любой треугольник имеет три биссектрисы, три высоты и три медианы.

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке.

Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке.



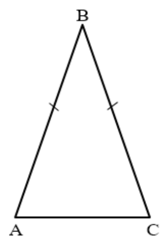
Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

ΔABC – прямоугольный, CM – медиана,

тогда $CM = \frac{1}{2}AB$.

Равнобедренный треугольник.

Треугольник называется *равнобедренным*, если две его стороны равны.



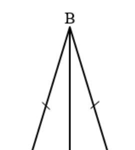
ΔABC – равнобедренный.

Равные стороны называются *боковыми сторонами*, а третья сторона – *основанием*.

AB и CB – боковые стороны

AC – основание

Свойства равнобедренного треугольника.



1. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

$$\angle A = \angle C$$

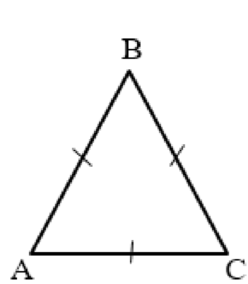
2. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.

BD – *биссектриса, высота, медиана.*

Равносторонний треугольник.

Треугольник, все стороны которого равны, называется *равносторонним.*

ΔABC – равносторонний $AB = BC = AC$



Свойства.

1. В равностороннем треугольнике все углы равны 60^0.
2. В равностороннем треугольнике биссектриса, медиана и высота, проведенные из одной вершины, совпадают.

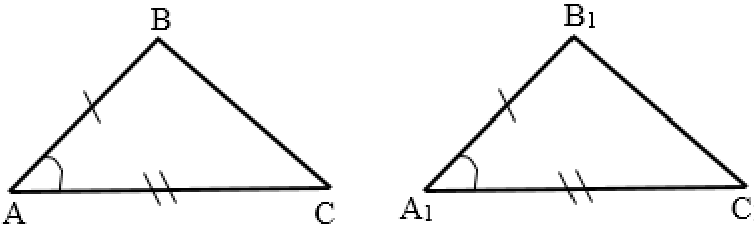
Признаки равенства треугольников.

Два треугольника называются *равными*, если их можно совместить наложением.

Признаки равенства треугольников.

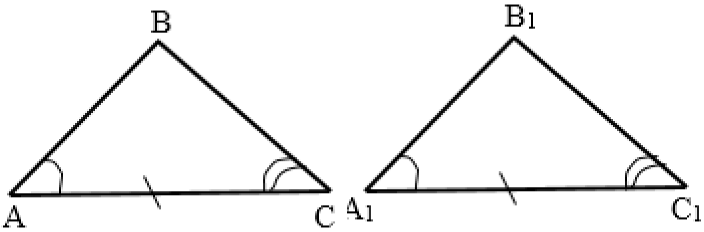
1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

   Если $AB = A_1B_1$,
   $AC = A_1C_1$,
   $\angle A = \angle A_1$,
   то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



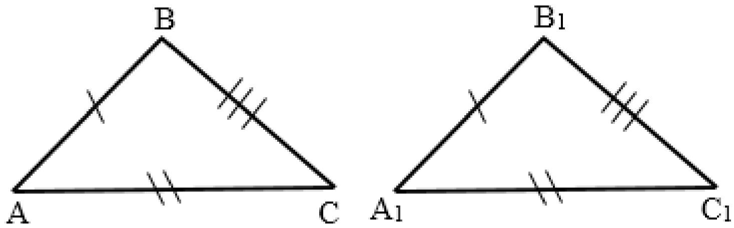
2. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

   Если $AC = A_1C_1$,
   $\angle A = \angle A_1$,
   $\angle C = \angle C_1$,
   то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

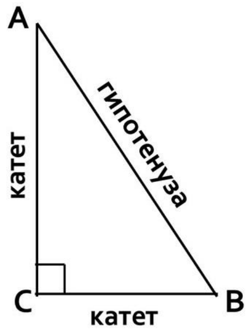


3. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

   Если $AB = A_1B_1$,
   $AC = A_1C_1$,
   $BC = B_1C_1$,
   то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Прямоугольный треугольник



Треугольник, в котором один из углов равен 90◦ (прямой угол) называется *прямоугольным треугольником.*

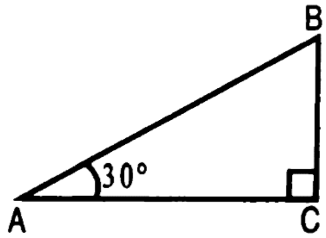
В треугольнике ABC угол C равен 90°.

Стороны AC и CB, образующие прямой угол, называются *катетами*. Сторона AB, лежащая напротив прямого угла, называется *гипотенузой*.

У всех прямоугольных треугольников есть общий элемент - это *прямой угол.*

Свойства прямоугольных треугольников.

1) В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.
2) В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°.
3) В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы.
4) Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°.



$\angle A=30$, $BC=\frac{AB}{2}$.

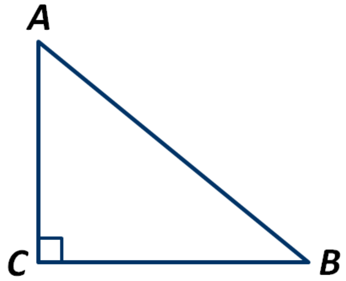
Признаки равенства прямоугольных треугольников

Признаки равенства прямоугольных треугольников:

1) Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны;
2) Если катеты одного прямоугольного треугольника равны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны;
3) Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника равны катету и прилежащему к нему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны;
4) Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

Теорема Пифагора.

Теорема Пифагора — одна из основополагающих теорем евклидовой геометрии, устанавливающая соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.



Теорема Пифагора: «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$AB^2=AC^2+CB^2$$

Теорема Пифагора дает возможность по двум сторонам найти его третью сторону.

Из *теоремы Пифагора* следует, что гипотенуза больше любого из катетов.

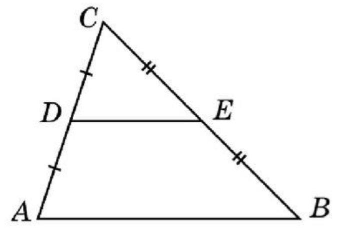
Так же верна обратная теорема Пифагора: *«Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный»*

Прямоугольные треугольники, у которых длины сторон выражаются целыми числами, называются *пифагоровыми треугольниками*. Треугольник со сторонами 3, 4, 5 называют *египетским треугольником.*

Средняя линия треугольника.

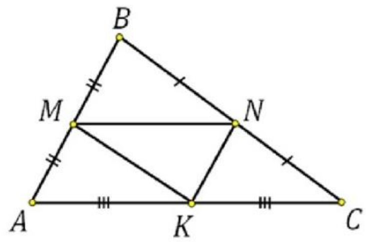
Средняя линия треугольника – отрезок, который соединяет середины двух его сторон.

Теорема о средней линии треугольника. Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине.



DE-средняя линия треугольника ABC, DE $\parallel$ AB, DE= $\frac{AB}{2}$

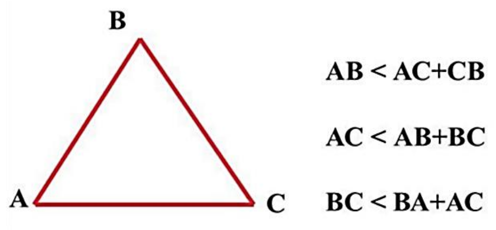
В каждом треугольнике можно провести три средних линии, при пересечении которых получается четыре равных треугольника, подобных исходному с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$.



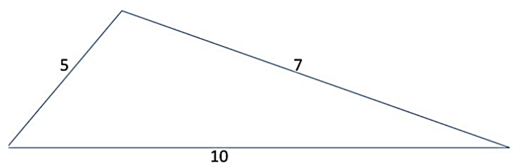
Неравенство треугольника.

Теорема: Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон.

Из теоремы следует, что если длина одного из трех данных отрезков не меньше суммы длин двух других, то эти отрезки не могут служить сторонами треугольника.

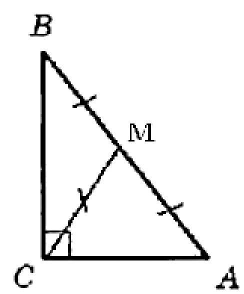


Теорема. В треугольнике против большей стороны лежит больший угол и, наоборот, против большего угла лежит большая сторона. Так же нужно заметить, что в треугольнике против равных сторон лежат равные углы.



Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна ее половине

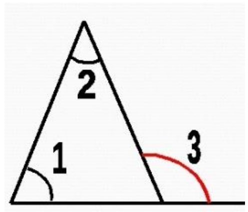
$CM=\frac{AB}{2}$; CM=MB=MA.



Внешним углом треугольника называется угол, смежный с углом (внутренним) этого треугольника.

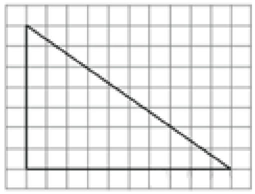
Теорема: Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$

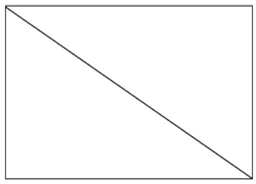


Задания с треугольниками на клетчатой бумаге.

При решении задач на клетчатой бумаге важно помнить, что по клеткам находится длина только вертикальных и горизонтальных отрезков, наклонные отрезки вычисляются с помощью теоремы Пифагора.



По рисунку можно найти длины катетов прямоугольного треугольника. Длина большего катета равна 10, длина меньшего равна 7. Гипотенузу этого треугольника можно вычислить, применив теорему Пифагора.



Прямоугольный треугольник можно рассматривать как половину прямоугольника, построенного на его катетах. Поэтому, *площадь прямоугольного треугольника можно вычислять как половину площади прямоугольника.*

Проверяем себя.

Т1. Закончите предложения:

а) Два угла называются смежными, если …

б) Вертикальные углы …

Т2. Верно ли утверждение:

а) Если два угла равны, то они вертикальные.

б) Если сумма двух углов равна 180^0, то эти углы смежные.

в) Смежные углы могут быть равными.

г) Смежные углы всегда равны.

д) Всегда один из двух смежных углов острый, а другой тупой.

е) Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.

Т3. Выберите верные утверждения:

а) Сумма вертикальных углов равна 180^0.

б) Биссектриса угла делит его на два равных угла.

в) Сумма двух вертикальных углов может равняться 240^0.

г) Если угол равен 70^0, то смежный с ним угол равен 110^0.

д) Треугольник называется остроугольным, если один из его углов острый.

Т4. Выберите верные утверждения:

а) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.

б) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.

в) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны, то эти две прямые параллельны.

г) Если при пересечении двух прямых секущей сумма накрест лежащих углов составляют 180 º, то эти две прямые параллельны.

Т5. Выберите неверные утверждения:

а) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.

б) Если при пересечении двух прямых третьей прямой односторонние углы в сумме составляют 180 º, то эти две прямые параллельны.

в) Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то эти две прямые параллельны.

г) Два перпендикуляра к одной прямой параллельны.

д) Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она не пересекает другую прямую.

Т6. Вставьте пропущенные слова:

а) Если две прямые параллельны третьей, то ___________.

б) Две прямые на плоскости называются параллельными, если _______.

в) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной, и притом____________.

Т7. Выберите верные утверждения:

а) Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.

б) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180^0.

в) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.

Т8. Выберите верные утверждения:

а) В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол.

б) Сумма углов любого треугольника равна 360^0.

в) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90^0.

г) Один из углов треугольника всегда не превышает 60^0.

Т9. Выберите верные утверждения:

а) В остроугольном треугольнике все углы острые.

б) Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.

в) Сумма углов тупоугольного треугольника больше 180°

г) Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла.

Т10. Закончите предложение.

Высота треугольника - это ___________

а) отрезок, перпендикулярный стороне треугольника;

б) перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону

в) отрезок, соединяющий вершину треугольника с противолежащей стороной под прямым углом

Т11. Укажите верные утверждения:

а) каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой;

б) биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена;

в) в любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке.

Т12. Выберите неверные утверждения:

а) каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой;

б) медиана треугольника делит пополам угол, из вершины которого проведена;

в) отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны треугольника, называется медианой.

Т13. Выберите верные утверждения:

а) всякий равнобедренный треугольник является остроугольным;

б) в равнобедренном треугольнике все стороны равны;

в) если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

Т14. Выберите неверные утверждения:

а) в равнобедренном треугольнике любая высота является медианой;

б) в равнобедренном треугольнике все углы по 60°

в) если в треугольнике биссектриса является высотой, то этот треугольник – равнобедренный.

Т15. Вставьте пропущенные слова:

а) В равнобедренном треугольнике медиана, … является биссектрисой и высотой;

б) треугольник называется равнобедренным, если … его стороны равны. Эти стороны называются …, а третья сторона - ….

Т16. Вставьте пропущенные слова:

треугольник называется равносторонним, если _____________:

а) две стороны равны;

б) его углы при основании равны;

в) его стороны равны;

г) два его угла равны.

Т17. Выберите верное утверждение:

а) все высоты равностороннего треугольника равны;

б) всякий равносторонний треугольник является равнобедренным;

в) если в треугольнике два угла равны, то он равносторонний;

г) все стороны равностороннего треугольника равны;

д) в равностороннем треугольнике все углы по 60°.

Т18. Выберите неверные утверждения:

а) всякий равносторонний треугольник является остроугольным;

б) каждая из биссектрис равностороннего треугольника является его высотой;

в) сумма углов равностороннего треугольника 360°;

г) если в треугольнике есть угол 60°, то это равносторонний треугольник;

д) высота равностороннего треугольника делит противоположную сторону пополам.

Т19. Выберите верные утверждения:

а) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

б) Если сторона и угол одного треугольника соответственно равны стороне и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

в) Если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

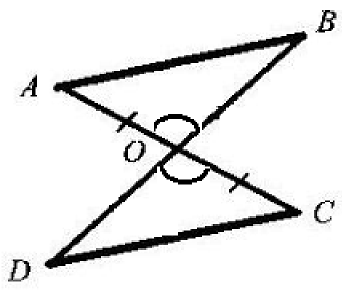
Т20. Выберите неверные утверждения:

а) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

б) Любые два равносторонних треугольника равны.

в) Если сторона и два угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Т21. Заполните пропуски:



а) $\Delta AOB=\Delta COD$ по первому признаку равенства треугольников, если ______.

б) $\Delta AOB=\Delta COD$ по второму признаку равенства треугольников, если ______.

в) $\Delta AOB=\Delta COD$ по третьему признаку равенства треугольников, если ______.

Т22. Закончите предложения:

а) треугольник, в котором один из углов равен 90°(прямой угол) называется…

б) в прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла 30°, равен…

Т23. Выберете верные утверждения:

1) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90°
2) Сумма длин катетов больше длины гипотенузы
3) Всякий прямоугольный треугольник имеет два острых угла
4) В прямоугольном треугольнике все углы прямые
5) Если катет и острый угол одного треугольника соответственно равны катету и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Т24. Выберите неверные утверждения:

1) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°
2) Всякий прямоугольный треугольник имеет два катета
3) Все прямоугольные треугольники равны
4) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника равна сумме длин его катетов
5) Если катет и прилежащий к нему острый угол одного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Т25. Закончите предложения:

а) Сторона, лежащая напротив прямого угла, называется…

б) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна…

Т26. Выберите верные утверждения.

1) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 °.
2) Смежные углы равны.
3) Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
4) Вертикальные углы в сумме составляют 180°.
5) Любой квадрат является прямоугольником.

Т27. Выберите <u>неверные</u> утверждения.

1) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 °.
2) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
3) Сумма смежных углов равна 180 °.
4) Катет прямоугольного треугольника всегда больше гипотенузы.
5) Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

Т28. Закончите предложения:

а) В прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна…

б) Из теоремы Пифагора следует, что гипотенуза больше…

Т29. Из теоремы Пифагора следует, что гипотенуза:

1) Равна сумме катетов
2) Равна сумме квадратов катетов
3) Больше катета
4) Меньше катета
5) Равна квадрату суммы катетов

Т30. Выберете <u>неверные</u> утверждение:

1) Если две стороны одного прямоугольного треугольника равны двум сторонам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
2) Если катет и острый угол одного прямоугольного треугольника равны катету и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
3) Если гипотенуза и два угла одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и двум углам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
4) Если сторона и два угла одного прямоугольного треугольника равны стороне и двум углам второго прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
5) Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

Т31. Вставьте пропущенные слова:

а) Средняя линия треугольника равна половине_____________.

б) В любом треугольнике можно провести ______ средние линии.

Т32. Выберите верные утверждения.

1) Средняя линия треугольника параллельна одной из сторон треугольника.

2) Сторона треугольника равна половине соответствующей средней линии треугольника.

3) Средняя линия треугольника равна половине соответствующей стороны треугольника.

4) Средняя линия треугольника перпендикулярна одной из сторон треугольника.

5) Средней линией треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

Т33. Выберите неверные утверждения:

1) Квадрат гипотенузы равен сумме катетов
2) Смежные углы равны
3) Вертикальные углы равны
4) Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы.
5) Все диаметры окружности равны между собой.

Т34. Закончите предложения

а) В треугольнике против большей стороны лежит______.

б) Каждая сторона треугольника меньше _____.

Т35. Выберите верные утверждения:

1) Все углы равностороннего треугольника равны.
2) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
3) Средняя линия треугольника равна сумме ее оснований.
4) Смежные углы равны.
5) Один из углов треугольника всегда не превышает 60°.

Т36. Выберите неверные утверждения:

1) Медиана треугольника делит пополам угол, из которого проведена.
2) В параллелограмме есть два равных угла.
3) Треугольник со сторонами со сторонами 8, 8, 5 существует.
4) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180°.
5) Вертикальные углы в сумме составляют 180°.

Т37. Закончите предложения:

а) Площадь прямоугольного треугольника можно вычислять как половину__.

б) Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух сторон, параллельна третьей стороне и равна________________.

Т38. Выберите верные утверждения:

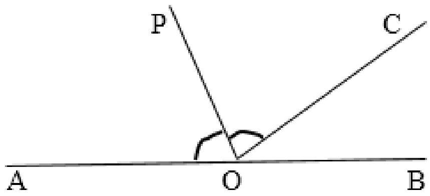
1) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.
2) В равнобедренном треугольнике все стороны равны.
3) Средняя линия треугольника соединяет середины двух его сторон.
4) Если катет равен половине гипотенузы, то он лежит напротив угла 60°.
5) Медиана треугольника соединяет вершину с серединой противоположной стороны.

Т39. Выберите неверные утверждения:

1) В ромбе все стороны равны.
2) Радиус окружности равен половине диаметра.
3) Смежные углы равны.
4) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
5) В любом тупоугольном треугольнике все углы тупые.

Решаем задачи

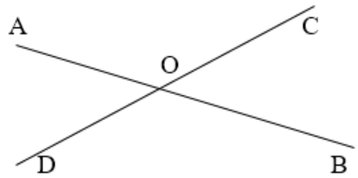
1. а) Найдите величину угла COB, если OP — биссектриса угла AOC, $\angle AOP = 61^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Найдите величину угла AOP, если OP — биссектриса угла AOC, $\angle COB = 43^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите величину угла AOP, если OP — биссектриса угла AOC, $\angle COB = 81^0$. Ответ дайте в градусах.

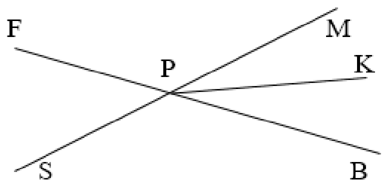
2. а) Найдите угол AOC, если $\angle DOB = 120^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Найдите угол AOD, если $\angle COB = 80^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите угол AOC, если $\angle DOB = 111^0$. Ответ дайте в градусах.

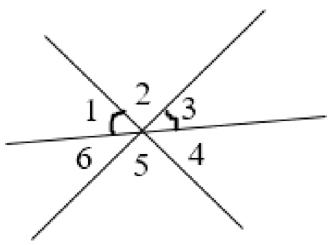
3. а) Луч PK – биссектриса угла MPB. Найдите величину угла KPB, если $\angle FPM = 110^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Луч PK – биссектриса угла MPB. Найдите величину угла KPF, если $\angle FPM = 127^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Луч PK – биссектриса угла MPB. Найдите величину угла SPK, если $\angle FPM = 99^0$. Ответ дайте в градусах.

4. а) На рисунке $\angle 1 = \angle 3$. Найдите $\angle 4$, если $\angle 2 = 40^0$. Ответ дайте в градусах.



б) На рисунке $\angle 1 = \angle 3$. Найдите $\angle 4$, если $\angle 5 = 33^0$. Ответ дайте в градусах.

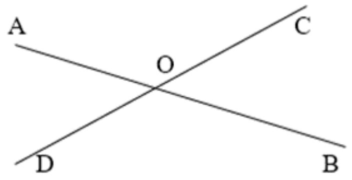
в) На рисунке $\angle 1 = \angle 3$. Найдите $\angle 6$, если $\angle 2 = 80^0$. Ответ дайте в градусах.

5. а) Один из смежных углов на 30^0 больше другого. Найдите градусную меру большего угла.

б) Один из смежных углов на 45^0 больше другого. Найдите градусную меру меньшего угла.

в) Один из смежных углов на 50^0 больше другого. Найдите градусную меру большего угла.

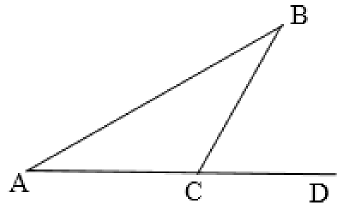
6. а) Найдите угол COB, если $\angle AOC + \angle BOD = 320^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Найдите угол AOD, если $\angle AOC + \angle BOD = 215^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите угол COB, если $\angle AOC + \angle BOD = 270^0$. Ответ дайте в градусах.

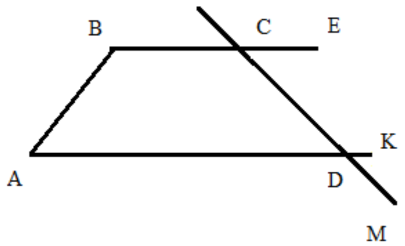
7. а) В треугольнике ABC угол C равен 151^0. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC угол C равен 92^0. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC угол C равен 124^0. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

8. Известно, что BC и AD параллельны.

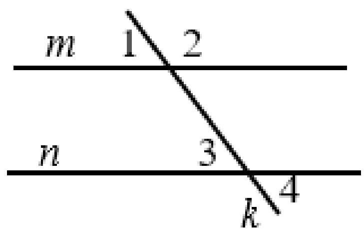


а) Найдите $\angle BCD$, если $\angle ADC$ =54°. Ответ дайте в градусах.

б) Найдите $\angle ECD$, если $\angle ADC$= 56°. Ответ дайте в градусах

в) Найдите $\angle ADM$, если $\angle BCD$=120°. Ответ дайте в градусах

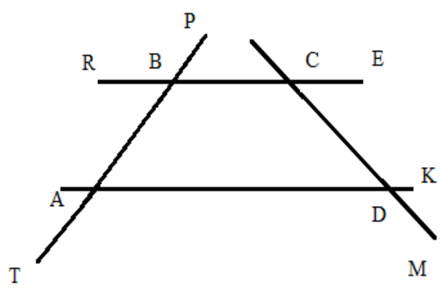
9. а) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 3 = 49^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 1$, если $\angle 4 = 80^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 2 = 123^0$. Ответ дайте в градусах

10. $BC \| AD$, $\angle BAD = 70°$. При секущей AB для $\angle BAD$ укажите и найдите градусную величину:

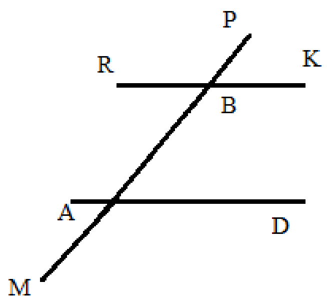


а) соответственного угла.

б) накрест лежащего угла.

в) одностороннего угла

11. Могут ли прямые AD и RK быть параллельными, если:

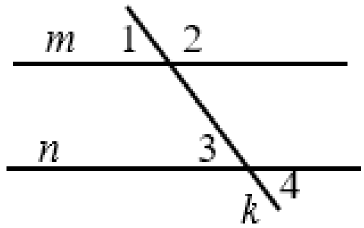


а) угол MAD в 2 раза больше угла ABK?

б) $\angle RBP = \angle MAD = 120°$?

в) $\angle PBK$=30°, $\angle MAD = 150°$?

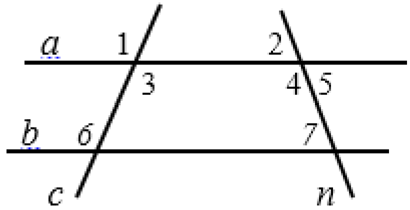
12. а) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 + \angle 3 = 100^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 + \angle 4 = 125^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 + \angle 4 = 140^0$. Ответ дайте в градусах.

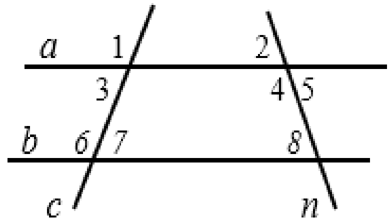
13. а) На рисунке: $\angle 1 = \angle 6$, $\angle 2 = 55^0$. Найдите $\angle 7$. Ответ дайте в градусах.



б) На рисунке: $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 7 = 37^0$. Найдите $\angle 4$. Ответ дайте в градусах.

в) На рисунке: $\angle 5 = \angle 7$, $\angle 1 = 115^0$. Найдите $\angle 6$. Ответ дайте в градусах.

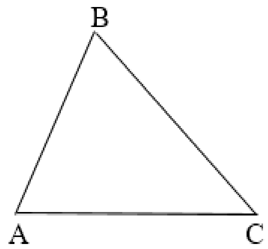
14. а) Известно, что $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$, $\angle 2 + \angle 8 = 96^0$. Найдите $\angle 4$. Ответ дайте в градусах.



б) Известно, что $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 5 + \angle 8 = 110^0$. Найдите $\angle 2$. Ответ дайте в градусах.

в) Известно, что $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 1 + \angle 6 = 200^0$. Найдите $\angle 7$. Ответ дайте в градусах.

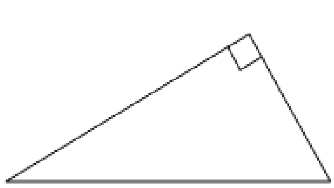
15. а) В треугольнике два угла равны 27° и 79°. Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.



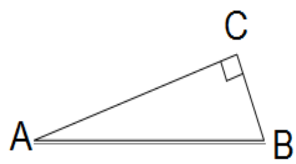
б) В треугольнике ABC угол C равен 40°, угол A на 12° меньше. Найдите угол B.

в) В треугольнике сумма углов A и B равна 72°. Найдите угол C.

16. а) Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 34°. Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

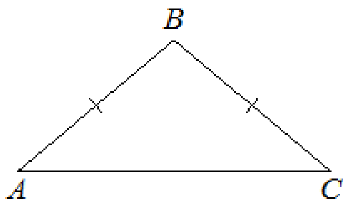


б) Найдите угол CAB, если угол ACB – прямой, а угол ABC равен 57°. Ответ дайте в градусах.



в) Найдите меньший угол прямоугольного треугольника ABC, если $\angle C + \angle A = 130^0$. Ответ дайте в градусах.

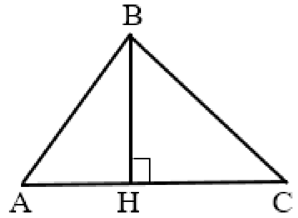
17. а) В треугольнике *ABC* известно, что *AB*=*BC*, ∠ABC=108°. Найдите угол *BCA*. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике *ABC* известно, что *AB*=*BC* и один из углов равен 93^0. Найдите угол *A*. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC известно, что *AB*=*BC*, ∠*BAC*=18°. Найдите угол *CBA*. Ответ дайте в градусах.

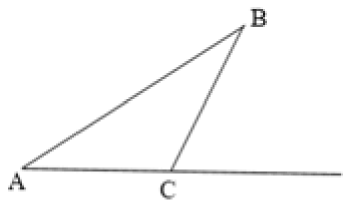
18. а) В остроугольном треугольнике *ABC* проведена высота *BH*, ∠BAC=64°. Найдите угол *ABH*. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике *ABC* угол *A* равен 30°. Найдите угол *C*, если *BH* – высота, угол *HBC* равен 40°.

в) В треугольнике *ABC* угол *B* равен 70°, угол *A* равен 40°. Найдите угол *HBC*. Ответ дайте в градусах.

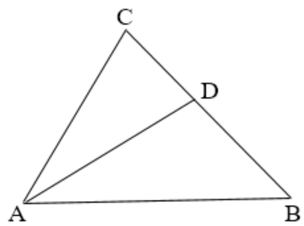
19. а) В треугольнике *ABC* угол *C* равен 133°. Найдите внешний угол при вершине *C*. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике *ABC* угол *C* равен 140°. Найдите сумму углов *A* и *B*.

в) В треугольнике *ABC* угол *A* равен 50°, угол *B* равен 24°. Найдите внешний угол при вершине *C*.

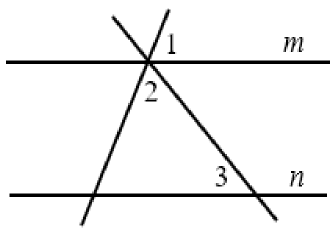
20. а) В треугольнике *ABC* известно, что $\angle BAC = 68^0$, *AD* – биссектриса. Найдите угол *BAD*. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC известно, что $\angle DAC = 25^0$, *AD* – биссектриса. Найдите угол *BAC*. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике *ABC* известно, что $\angle DAB = 43^0$, *AD* – биссектриса. Найдите угол *BAC*. Ответ дайте в градусах.

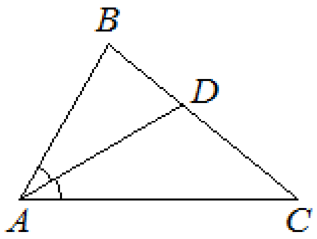
21. а) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 = 40^0$, $\angle 3 = 80^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 1$, если $\angle 2 = 75^0$, $\angle 3 = 60^0$. Ответ дайте в градусах.

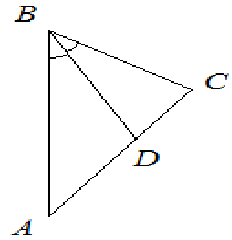
в) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 = 30^0$, $\angle 3 = 70^0$. Ответ дайте в градусах.

22. а) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC=62°$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

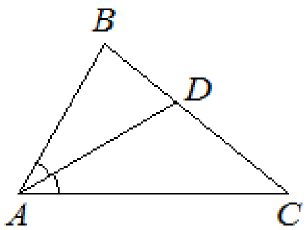


б) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAD=36°$, AD – биссектриса. Найдите угол BAC. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC известно, что $\angle ABC=62°$, BD – биссектриса. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



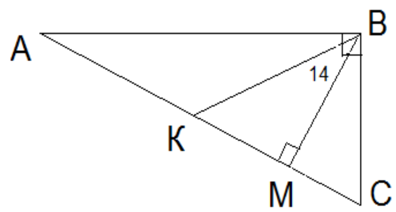
23. а) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC=86°$, AD – биссектриса. Найдите угол ADC, если $\angle BCA=23°$. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC известно, что $\angle DAC=34°$, AD – биссектриса. Найдите угол ACB, если $\angle DBA=43°$. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC угол C равен 50°, угол B равен 70°. Найдите угол BAD, если AD – биссектриса угла A. Ответ дайте в градусах.

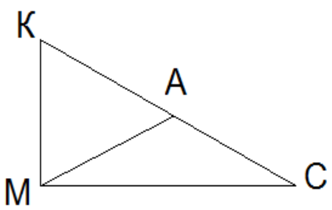
24. а) В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите угол MBC. Ответ дайте в градусах.



б) В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

в) В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 20°. Найдите больший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

25. а) В прямоугольном треугольнике MCK с прямым углом M найдите CA, если MA – медиана и KC = 13.



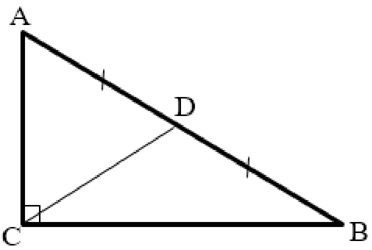
б) В прямоугольном треугольнике MCK с прямым углом M найдите длину медианы MA, если гипотенуза KC равна 34.

в) В прямоугольном треугольнике MCK с прямым углом M найдите длину гипотенузы KC, если медиана MA равна 6.

26. а) В треугольнике ABC CD – медиана, $\angle ACB = 90^0$, $\angle B = 15^0$. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

б) В треугольнике ABC CD – медиана, $\angle ACB = 90^0$, $\angle A = 20^0$. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC CD – медиана, $\angle ACB = 90^0$, $\angle B = 35^0$. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



27. а) В треугольнике ABC проведена биссектриса CE. Найдите величину угла BCE, если $\angle BAC = 46°$ и $\angle ABC = 78°$. Ответ дайте в градусах.

б) В треугольнике ABC проведена биссектриса CE. Найдите величину угла BAC, если $\angle ACE = 16°$ и $\angle ABC = 96°$. Ответ дайте в градусах.

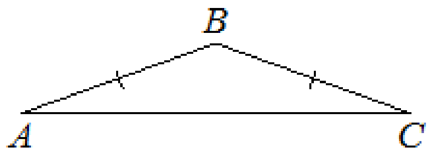
в) В треугольнике ABC проведена биссектриса CE. Найдите величину угла ACE, если $\angle BAC = 101°$ и $\angle ABC = 33°$. Ответ дайте в градусах.

28. а) В треугольнике ABC угол A равен 25^0, угол B равен 89^0. AD, BE и CF – биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

б) В треугольнике ABC угол A равен 48^0, угол B равен 100^0. AD, BE и CF – биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC угол A равен 30^0, угол B равен 70^0. AD, BE и CF – биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

29. а) В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle BAC=42°$. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ABC=144°$. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $\angle ACB=23°$. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

30. а) Треугольник ABM – равнобедренный. Угол ABM равен 100°, BM=14см, AM=30см. Найдите длину стороны AB.

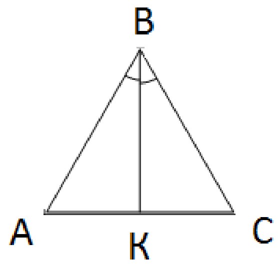
б) В треугольнике MXC, угол $\angle MCX=\angle MXC=38°$. MX=122 м, CX=136 м. Найдите сторону MC.

в) Дан треугольник POT. Известно, что $\angle P=\angle O= 52°$, PO=15см, OT=12см. Найдите PT.

31. а) В треугольнике ABC $AK=KC=3$. Найдите AB, если $BC=7$

б) В треугольнике ABC BK -высота. Найдите AK, если $AC=9$ см

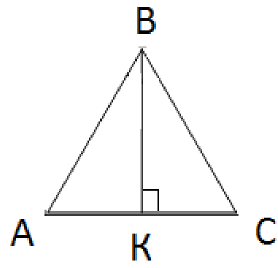
в) В треугольнике ABC $AB=BC=3$. Найдите AC, если $AK=4$



32. а) В треугольнике ABC $\angle A=\angle C$. Найдите AK, если $AC=40$

б) В треугольнике ABC $AK=KC=3$. Найдите угол ABC, если угол $ABK=24°$

в) В треугольнике ABC BK – биссектриса. Найдите AC, если $AK = 37$.



33. а) Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника равен *30*°. Найдите угол, прилежащий к основанию.

б) Угол равнобедренного треугольника равен *40*°. Найдите остальные углы этого треугольника

в) Угол при вершине основания равнобедренного треугольника равен 30°. Найдите угол, противолежащий основанию.

34. а) В треугольнике $ABC\ AC = BC$. Угол C равен 116^0 . Найдите внешний угол *CBD*.

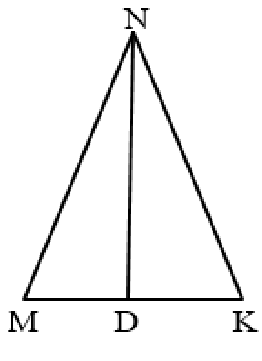
б) В треугольнике $ABC\ AC = BC$. Угол *C* равен 45^0. Найдите внешний угол *CBD*.

в) В треугольнике $ABC\ AC = BC$. Угол *C* равен 26^0. Найдите внешний угол *CBD*.

35. а) В ΔMNK $\angle M = \angle K = 63^0$, ND – медиана. Найдите $\angle MND$.

б) В ΔMNK $\angle M = \angle K$, ND – высота. Найдите $\angle M$, если $\angle MNK = 31^0$.

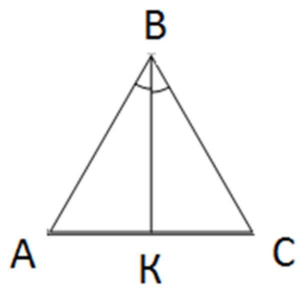
в) В ΔMNK $\angle M = \angle K = 80^0$, ND – высота. Найдите $\angle MND$.



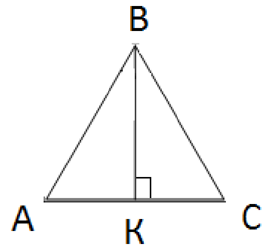
36. а) В треугольнике ABC $AB=BC=AC$. Найдите AK, если $AB = 6$см.

б) В треугольнике ABC $AB=BC=AC$. Найдите угол BKC.

в) В треугольнике ABC $AB=BC=AC$. Найдите AB, если $AK = 6$ см.



37. а) В равностороннем треугольнике ABC BK – биссектриса. Найдите угол KBC.



б) В треугольнике ABC ∠A=∠B= ∠C= 60°. Найдите длину AK, если AB=10, BK – высота.

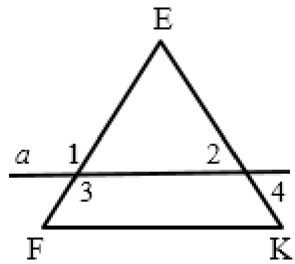
в) В треугольнике ABC AB=BC=AC. Найдите BC, если KC=12. KB – высота.

38. а) В треугольнике ABC AB=BC=25 м, ∠C= 60°. Найдите AC.

б) Периметр равностороннего треугольника OPH равен 132 см. Найдите длину стороны OP

в) Сторона равностороннего треугольника равна 23,4 см. Найдите периметр треугольника.

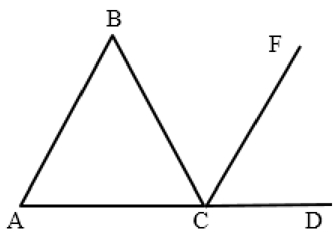
39. а) Треугольник EFK равносторонний, прямая a параллельна стороне FK. Найдите $\angle 1$.



б) Треугольник EFK равносторонний, прямая a параллельна стороне FK. Найдите $\angle 2$.

в) Треугольник EFK равносторонний, прямая a параллельна стороне FK. Найдите $\angle 4$.

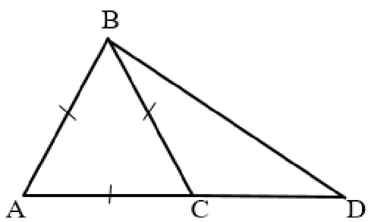
40. а) В треугольнике ABC $AB = AC = 10$, CF – биссектриса угла BCD, $\angle ABC = 60^0$. Найдите угол FCD. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC $AB = BC = 12$, CF – биссектриса угла BCD, $\angle BCF = 60^0$. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC $AC = BC = 30$, CF – биссектриса угла BCD, $\angle BAC = 60^0$. Найдите угол BCF. Ответ дайте в градусах.

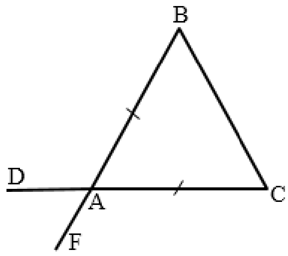
41. а) На продолжении стороны AC равностороннего треугольника ABC ($BC = 4$) за точку C отметили точку D так, что $CD = 7$, $BD = 9$. Найдите периметр треугольника ABD.



б) На продолжении стороны AC равностороннего треугольника ABC за точку C отметили точку D так, что $AD = 16$, $BD = 9$. Периметр треугольника ABD равен 35. Найдите периметр треугольника ABC.

в) На продолжении стороны AC равностороннего треугольника ABC за точку C отметили точку D так, что $AD = 25$, $BD = 15$. Периметр треугольника ABD равен 60. Найдите периметр треугольника ABC.

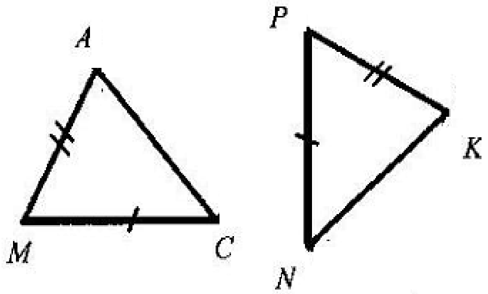
42. а) В треугольнике ABC $AB = AC$. Известно, что $\angle DAF = 60^0$. Найдите внешний угол треугольника ABC при вершине B. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC $AB = AC$. Известно, что $\angle DAB = 120^0$. Найдите внешний угол треугольника ABC при вершине C. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC $AB = AC$. Известно, что $\angle CAF = 120^0$. Найдите угол треугольника ABC при вершине B. Ответ дайте в градусах.

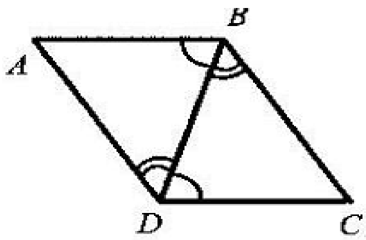
43. а) Известно, что $\angle M = 80°$, $\angle A = 70°$, $\angle N = 30°$, $\angle K = 70°$. Найдите $\angle P$. Ответ дайте в градусах.



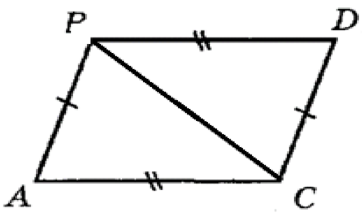
б) Известно, что $\angle M = \angle P$. Найдите AM, если PK=4см, NK=6см, PN=5см.

в) Известно, что $AC = KN$, $\angle M = 100°$, $\angle C = 20°$. Найдите $\angle K$. Ответ дайте в градусах.

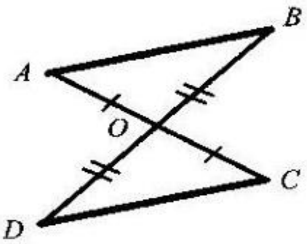
44. а) Найдите AB, если BC=10, DB=8, DC =7.



б) Найдите AP, если PC=12, DP=9, DC =7.



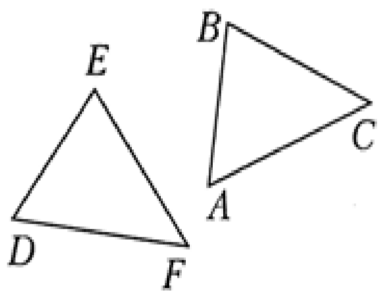
в) Найдите $\angle OCD$, если $\angle AOB = 95°$, $\angle OAB = 55°$.Ответ дайте в градусах.



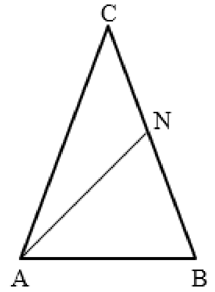
45. а) В треугольнике DEF DE=8, EF=5, $\angle D$= 45°, $\angle E$=65°. В треугольнике ABC AC=8, $\angle A$=65°, $\angle C$=45°. Найти AB.

б) $\Delta ABC = \Delta DEF$. AB=4,5см, BC=8см, DE=4,5 см, DF=8см, $\angle B$=45°. Может ли $\angle D$=60°?

в) $\Delta ABC = \Delta DEF$. AB = 5 см, BC = 8 см, AC = 12 см, EF = 8см. Может ли DF = 10 см?



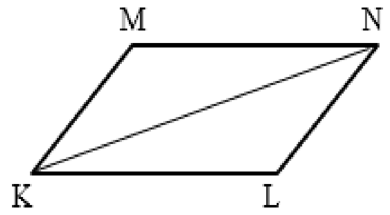
46. а) В равнобедренном треугольнике ABC AC = BC, AN – медиана, AB = 8, AN = 7. Найдите длину медианы, проведенной к стороне AC.



б) В равнобедренном треугольнике *ABC AC* = *BC*, *AN* – биссектриса, *CB* = 25, *AN* = 11. Найдите длину биссектрисы, проведенной к стороне *AC*.

в) В равнобедренном треугольнике *ABC AC* = *BC*, *AN* – медиана, *AC* = 18, *AN* = 8. Найдите длину медианы, проведенной к стороне *AC*.

47. а) На рисунке $MN \parallel KL, KM \parallel LN$, $\angle M = 100^0$, $\angle MNK = 30^0$, $MK = 32, KL = 40$. Найдите угол KNL. Ответ дайте в градусах.



б) На рисунке $MN \parallel KL, KM \parallel LN$, $\angle M = 115^0$, $\angle MNK = 25^0$, $MK = 28, KL = 39$. Найдите NL.

в) На рисунке $MN \parallel KL, KM \parallel LN$, $\angle MKN = 46^0$, $\angle MNK = 30^0$,

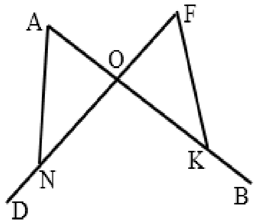
$MK = 32, KL = 40$. Найдите угол KLN. Ответ дайте в градусах.

48. а) На продолжении медианы *NC* треугольника *MNK* за точку *C* отложен отрезок *CD*, равный отрезку *NC*. Найдите расстояние от точки *D* до вершины M, если *MN* = 3, *NK* = 5, *MK* = 7.

б) На продолжении медианы *MC* треугольника *MNK* за точку *C* отложен отрезок *CF*, равный отрезку *MC*. Найдите расстояние от точки *F* до вершины *N*, если *MN* = 3, *NK* = 5, *MK* = 7.

в) На продолжении медианы *NC* треугольника *MNK* за точку *C* отложен отрезок *CD*, равный отрезку *NC*. Найдите расстояние от точки *D* до вершины K, если *MN* = 11, NK = 18, *MK* = 13.

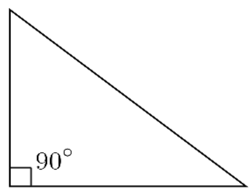
49. а) На рисунке $\angle DNA = \angle BKF = 117^0, NO = KO, \angle A = 40^0$. Найдите $\angle FOK$. Ответ дайте в градусах.



б) На рисунке $\angle DNA = \angle BKF = 110^0$, $\angle A = 70^0$, $NO = KO = 15$. Найдите FO.

в) На рисунке $\angle DNA = \angle BKF = 130^0, NO = KO, \angle FOK = 80^0$. Найдите $\angle A$. Ответ дайте в градусах.

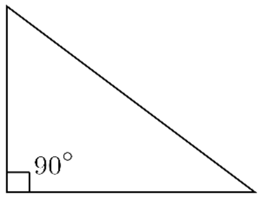
50. а) Один острый угол прямоугольного треугольника равен 35°. Найдите второй острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



б) Один острый угол прямоугольного треугольника равен 78°. Найдите второй острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

в) Один острый угол прямоугольного треугольника равен 19°. Найдите второй острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

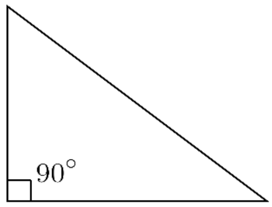
51. а) Один острый угол прямоугольного треугольника на 12° больше другого. Найдите второй острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



б) Один острый угол прямоугольного треугольника на 28° меньше другого. Найдите второй острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

в) Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите второй острый угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

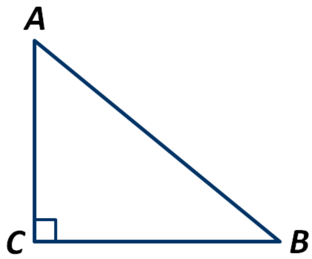
52. а) Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 3:7. Найдите меньший острый угол. Ответ дайте в градусах.



б) Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 4:5. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

в) Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 3:2. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

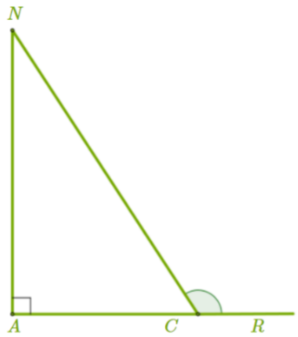
53. а) В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 18, угол А равен 30°. Найти катет BC.



б) В прямоугольном треугольнике ABC катет BC равен 10, угол A равен 30°. Найти гипотенузу AB.

в) В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 18, угол B равен 60°. Найти катет BC.

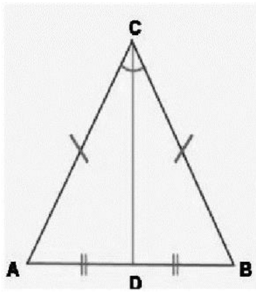
54. а) В прямоугольном треугольнике ANC с прямым углом A, внешний угол при вершине C равен 124°. Найдите угол N этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



б) В прямоугольном треугольнике ANC с прямым углом A, внешний угол при вершине C равен 113°. Найдите угол N этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

в) В прямоугольном треугольнике ANC с прямым углом A, внешний угол при вершине C равен 108°. Найдите угол N этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

55. а) В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC$, CD-медиана треугольника. Угол ABC равен 23°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



б) В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC$, CD-медиана треугольника. Угол ABC равен 42°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

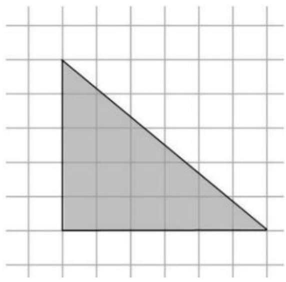
в) В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC$, CD-медиана треугольника. Угол ABC равен 51°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

56. а) В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, угол BAC равен 37°. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.

б) В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, угол BAC равен 9 °. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.

в) В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, угол BAC равен 46°. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.

57. а) На рисунке изображен прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



б) На рисунке изображен прямоугольный треугольник. Найдите длину его меньшего катета.

в) На рисунке изображен прямоугольный треугольник. Найдите площадь треугольника.

58. а) В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол A равен 30°, $AB=40$. Найдите ВС.

б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол A равен 60°, $AB=100$. Найдите АС.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол A равен 60°, $AB=52$. Найдите АС.

59. а) В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC$. CD-высота, $BC=28$, угол B равен 30°. Найти CD.

б) В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC$. CD-высота, $CD=28$, угол B равен 30°. Найти AC.

в) В равнобедренном треугольнике ABC $AC=BC$. CD-высота, $BC=35$, угол B равен 30°. Найти CD.

60. а) В треугольнике ABC известно, что углы A и B равны 30° и 45° соответственно. CK-высота, $AC=10$. Найдите отрезок BK.

б) В треугольнике ABC известно, что углы A и B равны 30° и 45° соответственно. CK-высота, $AC=18$. Найдите отрезок BK.

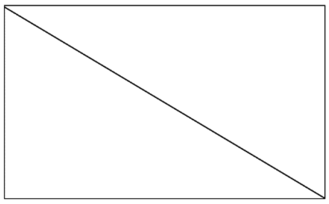
в) В треугольнике ABC известно, что углы A и B равны 30° и 45° соответственно. CK-высота, $AC=32$. Найдите отрезок BK.

61. а) В треугольнике ABC известно, что угол C равен 90°, угол A равен 30°, CD-высота, BD=7. Найдите гипотенузу AB.

б) В треугольнике ABC известно, что угол C равен 90°, угол A равен 30°, CD-высота, BD=11. Найдите гипотенузу AB.

в) В треугольнике ABC известно, что угол C равен 90°, угол A равен 30°, CD-высота, BD=10. Найдите гипотенузу AB.

62. а) В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AD угол 38°. Найти угол ACD. Ответ дайте в градусах.



б) В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AD угол 15°. Найти угол ACD. Ответ дайте в градусах.

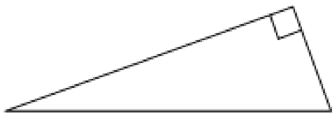
в) В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AD угол 82°. Найти угол ACD. Ответ дайте в градусах.

63. а) В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH-высота, угол A равен 30°, AB=98. Найдите AH.

б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH-высота, угол A равен 30°, AB=22. Найдите AH.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH-высота, угол A равен 30° , AB=80. Найдите BH.

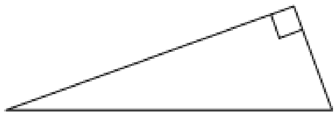
64. а) Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Найдите гипотенузу этого треугольника.



б) Катеты прямоугольного треугольника равны 7 и 24. Найдите гипотенузу этого треугольника.

в) Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.

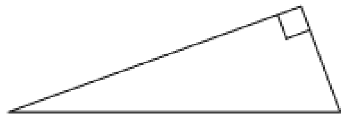
65. а) Гипотенуза и катет прямоугольного треугольника равны 15 и 9 соответственно. Найдите второй катет этого треугольника.



б) Гипотенуза и катет прямоугольного треугольника равны 26 и 10 соответственно. Найдите второй катет этого треугольника.

в) Гипотенуза и катет прямоугольного треугольника равны 13 и 12 соответственно. Найдите второй катет этого треугольника.

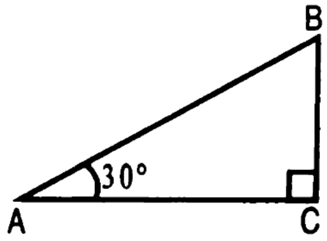
66. а) Катеты прямоугольного треугольника равны 1,2 и 0,9. Найдите гипотенузу этого треугольника.



б) Катеты прямоугольного треугольника равны 2,4 и 1. Найдите гипотенузу этого треугольника.

в) Катеты прямоугольного треугольника равны 1,8 и 2,4. Найдите гипотенузу этого треугольника.

67. а) В прямоугольном треугольнике *ABC* с прямым углом *C*, угол *A* равен 30°. Катет *AC* равен $5\sqrt{3}$. Найдите гипотенузу этого треугольника.



б) В прямоугольном треугольнике *ABC* с прямым углом *C*, угол *A* равен 30°. Катет *AC* равен $2\sqrt{3}$.

Найдите гипотенузу этого треугольника

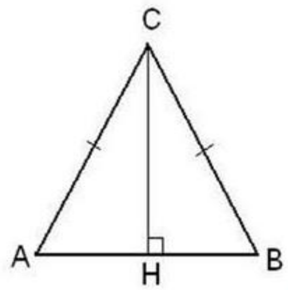
в) В прямоугольном треугольнике *ABC* с прямым углом *C*, угол *A* равен 30°. Катет *AC* равен $7\sqrt{3}$. Найдите гипотенузу этого треугольника

68. а) В прямоугольном равнобедренном треугольнике катет равен $3\sqrt{2}$. Найдите гипотенузу.

б) В прямоугольном равнобедренном треугольнике катет равен $5\sqrt{2}$. Найдите гипотенузу.

в) В прямоугольном равнобедренном треугольнике катет равен $16\sqrt{2}$. Найдите гипотенузу.

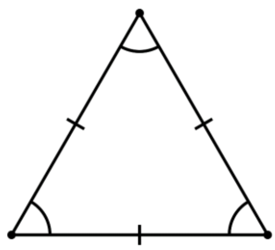
69. а) В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AB* проведена высота *CH*. Сторона *CB* равна 13, высота *CH* равна 12. Найти основание *AB*.



б) В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AB* проведена высота *CH*. Сторона *CB* равна 20, высота *CH* равна 16. Найти основание *AB*.

в) В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AB* проведена высота *CH*. Сторона *CB* равна 17, высота *CH* равна 15. Найти основание *AB*.

70. а) В равностороннем треугольнике *ABC* сторона *AB* равна $2\sqrt{3}$. Найдите высоту *CH*.



б) В равностороннем треугольнике *ABC* сторона *AB* равна $54\sqrt{3}$. Найдите высоту *CH*.

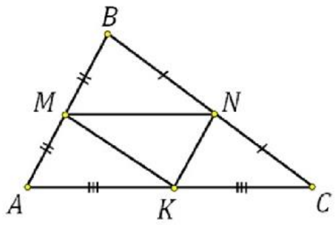
в) В равностороннем треугольнике *ABC* сторона *AB* равна $46\sqrt{3}$. Найдите высоту *CH*.

71. а) Найдите длину большей средней линии треугольника, если его стороны равны: 8, 14, 18

б) Найдите длину меньшей средней линии треугольника, если его стороны равны: 7, 13, 17

в) Найдите длину большей средней линии треугольника, если его стороны равны: 10, 16, 20

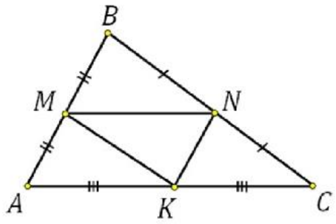
72. а) Периметр треугольника равен 18 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого-середины сторон данного треугольника.



б) Периметр треугольника равен 64 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого-середины сторон данного треугольника.

в) Периметр треугольника равен 25 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого-середины сторон данного треугольника

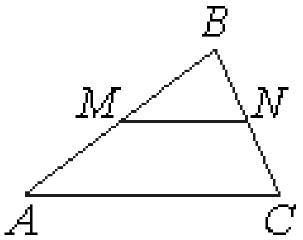
73. а) Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 12 см. Найдите периметр данного треугольника.



б) Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 17 см. Найдите периметр данного треугольника.

в) Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 32,5 см. Найдите периметр данного треугольника.

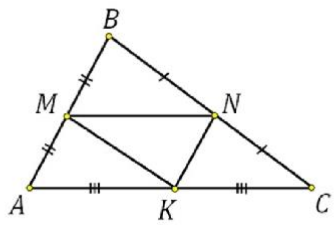
74. а) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в серединах M и N соответственно, AB=24, AC=21, BC=14. Найдите MN.



б) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в серединах M и N соответственно, AB=28, AC=24, BC=18. Найдите MN.

в) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в серединах M и N соответственно, AB=33, AC=27, BC=18. Найдите MN.

75. а) Периметр треугольника равен 60 см, а его стороны относятся как 3:5:7. Найдите стороны треугольника, вершины которого-середины сторон данного треугольника. В ответ запишите большую сторону.



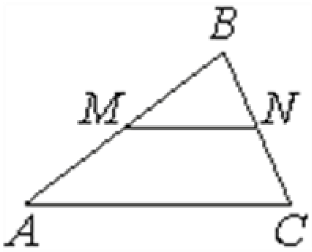
б) Периметр треугольника равен 108 см, а его стороны относятся как 3:7:8. Найдите стороны треугольника, вершины которого-середины сторон данного треугольника. В ответ запишите большую сторону.

в) Периметр треугольника равен 68 см, а его стороны относятся как 4:6:7. Найдите большую сторону треугольника, вершины которого являются серединами сторон данного треугольника.

76. а) Периметр равнобедренного треугольника *ABC* с основанием *AC* равен 30. *MN* – средняя линия, соединяющая середины боковых сторон, равна 4. Найдите отрезок *MB*.

б) Периметр равнобедренного треугольника *ABC* с основанием *AC* равен 45. *MN* – средняя линия, соединяющая середины боковых сторон, равна 7. Найдите отрезок *AM*.

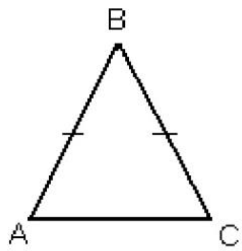
в) Найдите периметр равнобедренного треугольника *ABC* с основанием *AC*, если *MN* – средняя линия, соединяющая середины боковых сторон, равна 4. Сторона AB равна 15.



77. а) В треугольнике *ABC MN* -средняя линия. Найдите периметр треугольника *MBN*, если периметр треугольника *ABC* равен 31.

б) В треугольнике *ABC MN* -средняя линия. Найдите периметр треугольника *ABC*, если периметр треугольника *MNB* равен 31

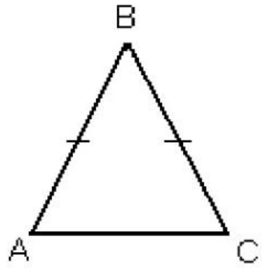
в) В равностороннем треугольнике *ABC MN* -средняя линия. Найдите периметр треугольника *MBN*, если сторона *BC* равна 31.



78. а) В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 25, а другая равна10. Какая их них является основанием? В ответе запишите её длину.

б) В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 38, а другая равна18. Какая их них является боковой? В ответе запишите её длину.

в) В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 5, а другая равна 16. Какая их них является основанием? В ответе запишите её длину.



79. а) Найдите третью сторону равнобедренного треугольника, если две другие равны соответственно 7 и 3.

б) Найдите третью сторону равнобедренного треугольника, если две другие равны соответственно 8 и 2.

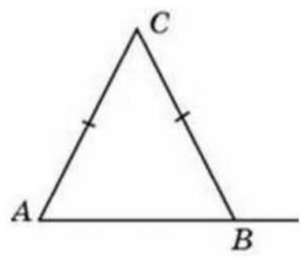
в) Найдите третью сторону равнобедренного треугольника, если две другие равны соответственно10 и 5.

80. а) В треугольнике ABC известно, что угол A=34°, угол B=28°. Сравните стороны AB, BC, AC. В ответ запишите большую сторону.

б) В треугольнике ABC известно, что угол A=14°, угол B=107°. Сравните стороны AB, BC, AC. В ответ запишите большую сторону.

в) В треугольнике ABC известно, что угол A=51°, угол B=90°. Сравните стороны AB, BC, AC. В ответ запишите большую сторону.

81. а) В треугольнике ABC AC=BC. Угол C равен 36°. Найдите внешний угол при вершине B. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC AC=BC. Угол C равен 64°. Найдите внешний угол при вершине B. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC AC=BC. Угол C равен 78°. Найдите внешний угол при вершине B. Ответ дайте в градусах.

82. а) В треугольнике AC=CB. Внешний угол при вершине C равен 84°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

б) В треугольнике AC=CB. Внешний угол при вершине C равен 150°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике AC=CB. Внешний угол при вершине C равен 146°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

83. а) Один из внешних углов треугольника равен 15°. Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:4. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.

б) Один из внешних углов треугольника равен 90°. Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:2. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.

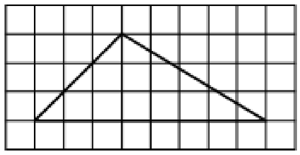
в) Один из внешних углов треугольника равен 40°. Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 2:3. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.

84. а) В треугольнике ABC известно, что $\angle C$=90°, AK-биссектриса, $\angle BAK$=18°. Найдите $\angle AKC$. Ответ дайте в градусах.

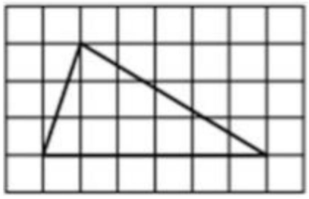
б) В треугольнике ABC известно, что $\angle C$=90°, AK-биссектриса, $\angle BAK$=21°. Найдите $\angle AKC$. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC известно, что $\angle C$=90°, AK-биссектриса, $\angle BAK$=32°. Найдите $\angle AKB$. Ответ дайте в градусах.

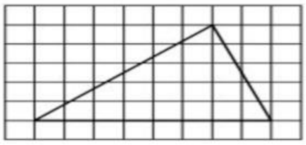
85. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его высоту, проведенную к большей стороне.



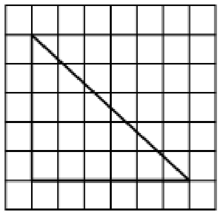
б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его высоту, проведенную к большей стороне.



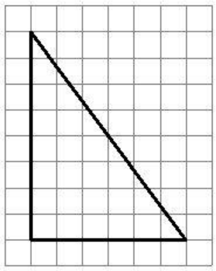
в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его высоту, проведенную к большей стороне.



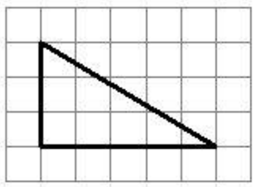
86. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



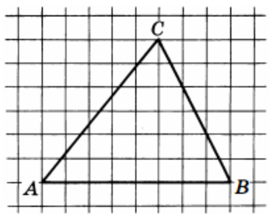
б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его меньшего катета.



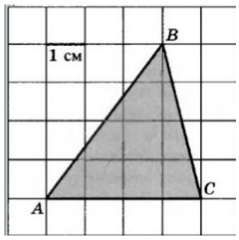
в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



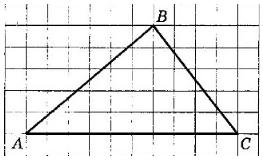
87. а) Найдите длину средней линии, параллельной стороне AB.



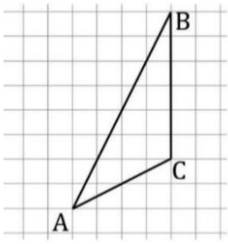
б) Найдите длину средней линии, параллельной стороне AC.



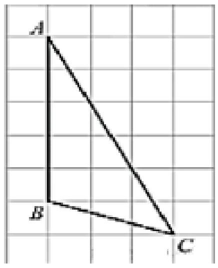
в) Найдите длину средней линии, параллельной стороне AC.



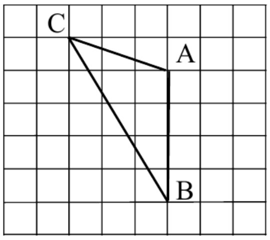
88. а) Найдите длину высоты, проведенной из вершины A.



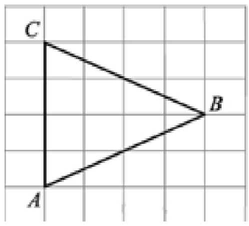
б) Найдите длину высоты, проведенной из вершины C.



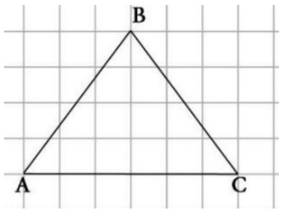
в) Найдите длину высоты, проведенной из вершины C.



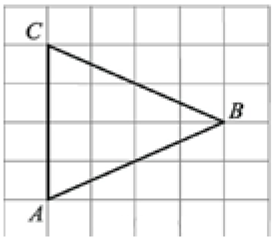
89. а) Найдите длину биссектрисы, проведенную из вершины B.



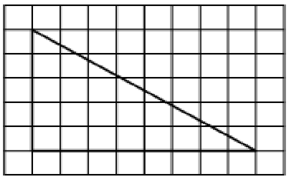
б) Найдите длину биссектрисы, проведенную из вершины B.



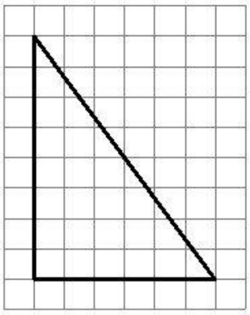
в) Найдите длину медианы, проведенную из вершины B.



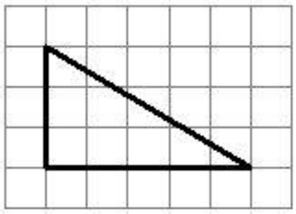
90. а) Найдите площадь прямоугольного треугольника.



б) Найдите площадь прямоугольного треугольника.



в) Найдите площадь прямоугольного треугольника.



91. а) Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3:4, а его гипотенуза равна 20. Найдите больший катет этого треугольника.

б) Гипотенуза и один из катетов прямоугольного треугольника относятся как 13:12, а второй катет равен 15. Найдите гипотенузу треугольника.

в) Катеты прямоугольного треугольника относятся как 12:5, а его гипотенуза равна 39. Найдите больший катет этого треугольника.

Проверочная работа по теме: «Углы. Треугольники».

Тренировочной вариант.

Т40. Закончите предложения:

а) Угол, градусная мера которого больше 90°, называют…

б) Внешним углом треугольника называется угол, ….

Т41. Выберите верные утверждения:

1) Если катет и острый угол одного прямоугольного треугольника равны катету и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
2) Катет, лежащий напротив угла 30, равен половине другого катета
3) В равностороннем треугольнике все стороны равны
4) Медиана равнобедренного треугольника, совпадает с биссектрисой
5) Всякий прямоугольный треугольник имеет два катета

Т42. Выберите неверные утверждения:

1) Средняя линия треугольника параллельна третьей стороне и равна ее половине.
2) Все прямоугольные треугольники имеют прямой угол
3) Площадь прямоугольника равна половине произведения его сторон.
4) Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.
5) В прямоугольном треугольнике сумма углов равна 90°

92. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 7:2. В ответ запишите меньший из этих углов.

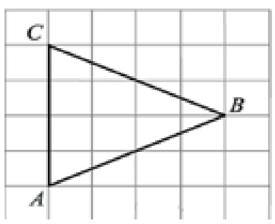
93. В треугольнике *ABC* *AD*-биссектриса, угол С равен 15°, угол BAD равен 28°. Найдите угол *ADB*. Ответ дайте в градусах.

94. В треугольнике *ABC* *AC*=*BC*. Угол *A* равен 38°. Найдите внешний угол *CBD*. Ответ дайте в градусах.

95. В прямоугольном треугольнике *CDE* гипотенуза *DE* равна 26, угол *D* равен 30°. Найдите катет *CE*.

96. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 29. Один из его катетов 21. Найдите другой катет.

97. Найдите длину высоты, проведенной из вершины *B*.



98. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 24 и 51. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.

Раздел 2. Многоугольники.
Теоретический материал.

Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

Произвольный многоугольник – объединение замкнутой ломаной и ее внутренней области**.**

Саму ломаную называют *границей многоугольника*, а ее внутреннюю область - *внутренней областью* многоугольника.

Звенья границы многоугольника называются *сторонами многоугольника*, а вершины - *вершинами многоугольника*.

Отрезок, соединяющий две противолежащие вершины многоугольника, называют его *диагональю*.

Правильный многоугольник – это многоугольник, у которого все стороны равны и все углы равны.

Произвольный четырехугольник – это фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков. При этом никакие три из данных точек не должны лежать на одной прямой, а соединяющие их отрезки не должны пересекаться.

Соседние вершины — вершины четырехугольника, являющиеся концами одной из его сторон.

Противолежащие вершины — не соседние вершины.

Соседние стороны — стороны, выходящие из одной вершины. *Противолежащие стороны* — не соседние стороны.

Диагональ четырехугольника — отрезок, соединяющий противолежащие вершины четырехугольника.

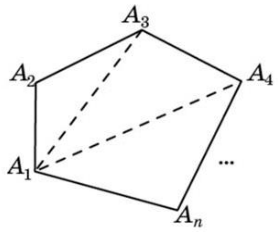
Периметр четырехугольника — сумма длин всех сторон.

Выпуклый четырёхугольник — четырехугольник, лежащий в одной полуплоскости относительно прямой, содержащей его сторону.

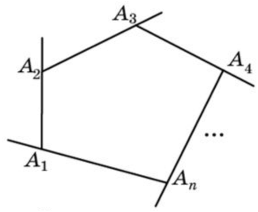
Внешний угол четырехугольника — угол, смежный с углом четырехугольника.

Произвольный многоугольник

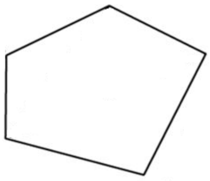
Сумма внутренних углов n-угольника равна $180^0 \cdot (n-2)$



Сумма внешних углов n-угольника равна 360^0

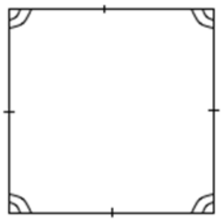


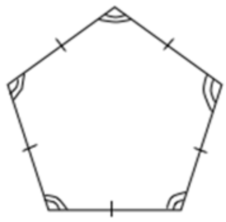
Сумма длин всех сторон многоугольника называется *периметром многоугольника*



Правильные многоугольники

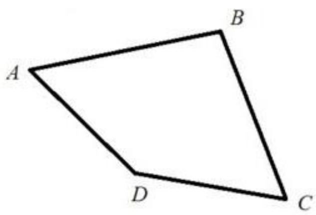
Многоугольники, у которых все стороны равны и все углы равны, называются *правильными.*



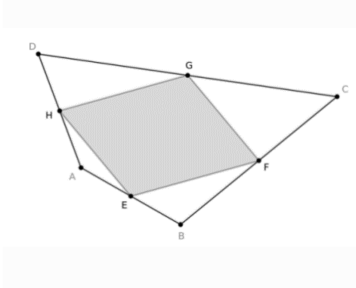


Произвольный четырехугольник

Сумма внутренних углов равна 360°.
Сумма внешних углов четырехугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360°.



Каждая сторона четырехугольника меньше суммы всех его других сторон.
Сумма диагоналей меньше его периметра.
Если соединить отрезками середины соседних сторон любого четырехугольника, получится параллелограмм.



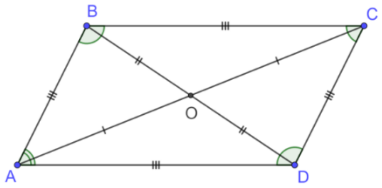
Параллелограмм

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

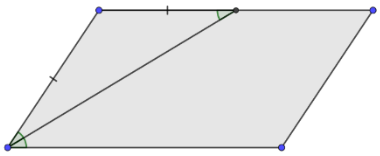
Основные свойства параллелограмма

В параллелограмме противоположные углы и противоположные стороны равны.
$AB = CD$, $BC = AD$; $\angle A = \angle C$,
$\angle B = \angle D$

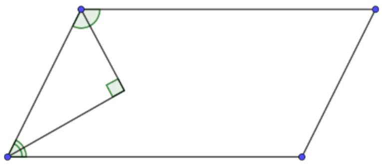
Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
$AO = OC$, $BO = OD$

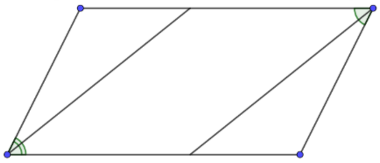


Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник



Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой



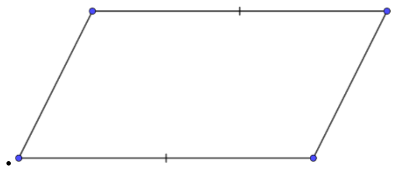


В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

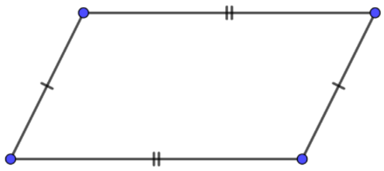
$\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle A + \angle D = 180^\circ$

Признаки параллелограмма

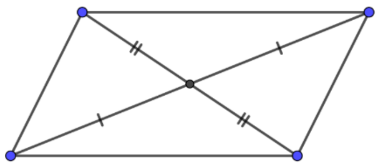
1.Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм



2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм



3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.



Ромб.

Ромб – параллелограмм, у которого все стороны равны. *Слово «ромб» - греческого происхождения. Оно означало в давние времена любое круглое или вращающееся тело*

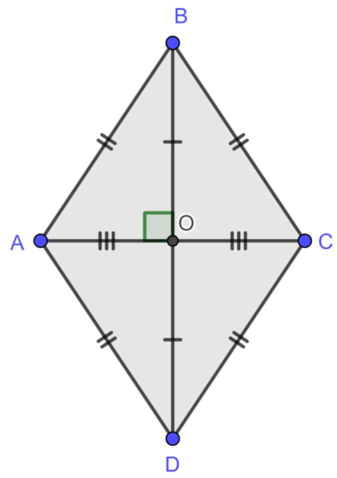
Свойства ромба:

1. В ромбе противоположные углы и противоположные стороны равны.
AB = CD, BC = AD; ∠A = ∠C, ∠B = ∠D

2. Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
AO = OC, BO = OD

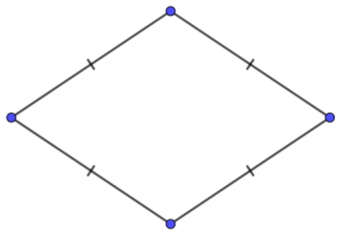
3. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и его углы делят пополам.

4. Высоты ромба равны.

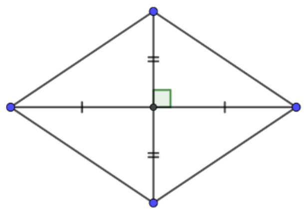


Признаки ромба:

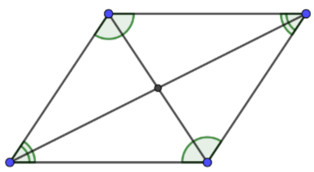
1. Если в четырехугольнике все стороны равны, то этот четырехугольник ромб.

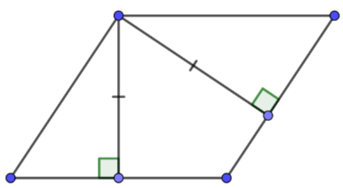


2. Если в четырехугольнике диагонали перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник ромб



3. Если в параллелограмме диагональ лежит на биссектрисе его угла, то этот четырехугольник ромб.



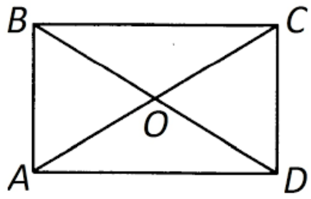


4. Если в параллелограмме высоты равны, то этот параллелограмм - ромб.

Прямоугольник, квадрат.

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

Основные свойства прямоугольника:



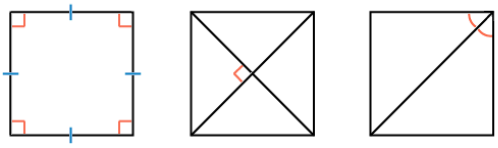
1. В прямоугольнике противоположные стороны равны. $AB=CD$, $BC=AD$
2. Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.$AO=CO$, $BO=DO$
3. Диагонали прямоугольника равны. $AC=BD$

Признак прямоугольника. Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – *прямоугольник*.

Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

Квадрат является прямоугольником, поэтому является параллелограммом, у которого все стороны равны, т.е. ромбом.

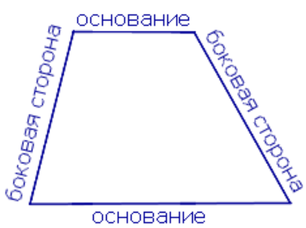
Основные свойства квадрата:



1. Все углы квадрата прямые.
2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

Трапеция, средняя линия трапеции

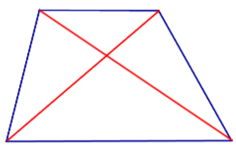
Повторяем теорию



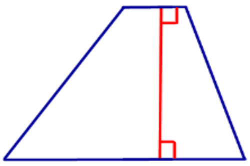
Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.

Параллельные стороны трапеции называются ее *основаниями*, две другие стороны – *боковыми сторонами.*

Основные определения и свойства трапеции

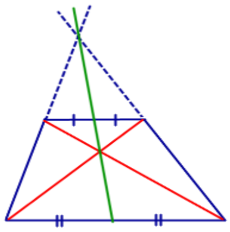
Определение		Диагоналями трапеции называются отрезки, соединяющие противоположные вершины трапеции.

Определение



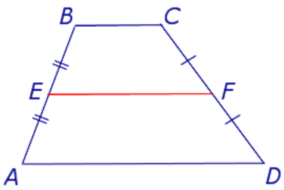
Высотой трапеции называется перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания трапеции на другое основание или его продолжение.

Свойство



Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

Определение

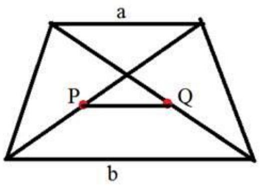


Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции.

Свойство

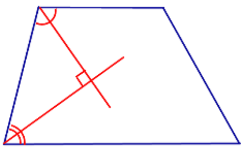
Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Свойство



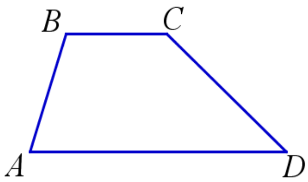
Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности ее оснований.

Свойство



Биссектрисы углов при боковой стороне трапеции перпендикулярны.

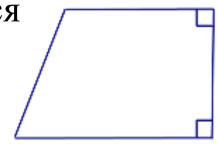
Свойство



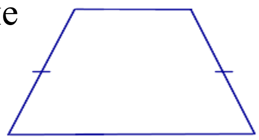
Сумма углов трапеции равна 360°.

Прямоугольная, равнобедренная трапеция.

Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной*.



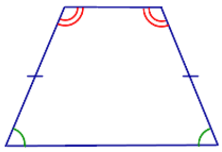
Трапеция называется *равнобедренной,* если ее боковые стороны равны.



Свойства и признаки равнобедренной трапеции.

Свойство

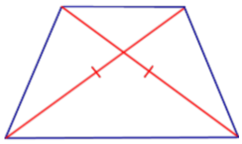
Признак



Углы при основании равнобедренной трапеции равны.
Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.

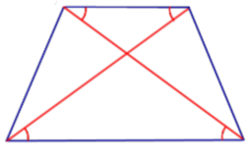
Свойство

Признак



Диагонали равнобедренной трапеции равны.
Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.

Свойство

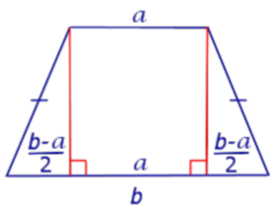


Если трапеция является равнобедренной, то её диагонали образуют равные углы с каждым из её оснований.

Признак

Если диагонали трапеции образуют равные углы с одним из оснований, то диагонали образуют равные углы и с другим основанием, а трапеция является равнобедренной.

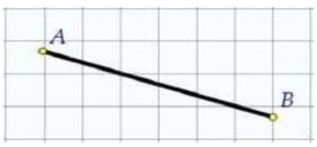
Свойство



Основания высот равнобедренной трапеции, опущенных из вершин меньшего основания, делят большее основание на отрезки, один из которых равен меньшему основанию, а два других – полуразности оснований.

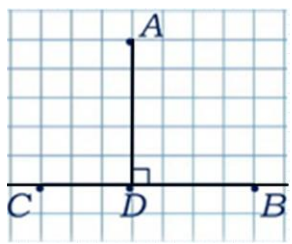
Четырехугольники на клетчатой бумаге.

Для решения задач на клетчатой бумаге по нахождению расстояний между точками, от точки до прямой, между параллельными прямыми, элементов четырехугольников, для вычисления их периметров надо знать точное определение фигуры, соответствующие формулы, а также некоторые приёмы.

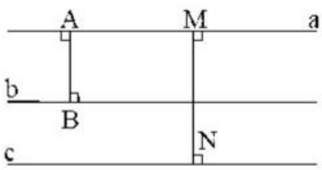


• *Расстоянием* между двумя точками А и В называется длина отрезка АВ, соединяющего эти точки.

Длина перпендикуляра, проведенного от точки А к прямой СВ, называется *расстоянием от этой точки до прямой*.

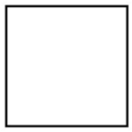


Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется *расстоянием между этими прямыми*.



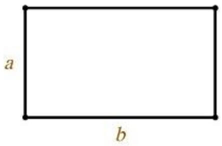
- *Теорема*. Все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой.

Формулы периметров элементарных фигур.



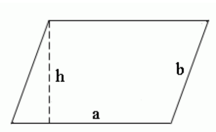
Квадрат

P = 4a,
a – длина стороны квадрата



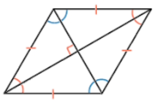
Прямоугольник

P = 2(a + b),
a, b – длины смежных сторон прямоугольника



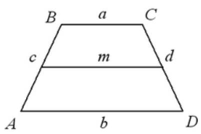
Параллелограмм

P = 2(a + b),
a, b – длины смежных сторон параллелограмма



Ромб

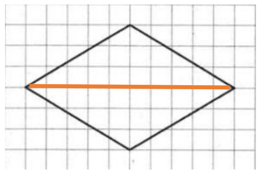
P = 4a,
a – длина сторона ромба



Трапеция

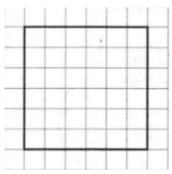
P = a + b + c + d,
a, b, c, d – длины сторон трапеции

Примеры решения задач на клетчатой бумаге:



Пример 1 – считаем по клеткам.
Найти большую диагональ ромба. d = 10.

Пример 2



2 пример - вычисление периметра фигуры по известным формулам.
Найти периметр квадрата. a = 6, P = 4 · 6 = 24.

Проверяем себя.

Т43. Вставьте пропущенное слово

а) Простая замкнутая ломаная называется______________________, если ее соседние звенья не лежат на одной прямой.

б) Выпуклый многоугольник называется ____________________, если у него все стороны и все углы равны.

в) Сумма длин всех сторон четырехугольника называется________________________четырехугольника.

г) Отрезок, соединяющий противолежащие вершины четырехугольника, называется_________________.

д) Стороны четырехугольника, исходящие из одной вершины, называют_________________сторонами.

Т44. Выбери верное утверждение

а) Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна:

а)180^0; б) 360^0; в)90^0

Т45. Выбери верное утверждение

В n-угольнике сумма внешних углов равна сумме внутренних углов. Этот многоугольник имеет сторон: а) 4; б) 6; в) 8.

Т46. Вставьте пропущенное слово

а) Четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, называется_____________________

б) Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся _____________

в) В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна_____

г) Противолежащие стороны параллелограмм___________ и ____________.

д) Каждая диагональ делит параллелограмм на два _________треугольника

Т47. Выберите верные утверждения

а) Биссектрисы соседних углов параллелограмма параллельны

б) Биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой

в) Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны

г) Биссектрисы соседних углов параллелограмма параллельны или лежат на одной прямой

Т48. Выберите верное утверждение

Признак параллелограмма формулируется так:

а) В параллелограмме противоположные углы и противоположные стороны равны

б) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм

в) Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Т49. Вставьте пропущенное слово

а) Ромб – параллелограмм, у которого все стороны ____________.

б) Если у параллелограмма диагонали взаимно ___________, то он – ромб;

в) Диагонали ромба взаимно __________

г) Диагонали ромба являются ______________ углов.

д) _____________ромба точкой пересечения делятся пополам.

Т50. Выберите верные утверждения

а) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам

б) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом

в) Все углы ромба равны

г) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом

д) Каждая диагональ ромба делит его на два равных треугольника

Т51. Выберите верное утверждение

Признак ромба формулируется так:

а) Ромб - это параллелограмм, у которого все углы равны.

б) Диагонали ромба равны

в) Сумма углов ромба равна 180 градусов

г) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.

д) Если в четырехугольнике диагонали перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам

Т52. Продолжите предложение:

а) Все углы прямоугольника ___________.

б) Если диагонали параллелограмма равны, то это ___________.

в) Диагонали __________ равны и взаимно перпендикулярны.

г) В прямоугольнике противоположные стороны _________.

Т53. Выберите верные утверждения:

а) Диагонали любого прямоугольника делят его на 4 равных треугольника.

б) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.

в) Если в ромбе один из углов равен 90°, то такой ромб – квадрат.

г) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.

д) Любой квадрат является прямоугольником.

Т54. Выберите неверное утверждение:

а) Диагонали прямоугольника делят углы прямоугольника пополам.

б) В прямоугольнике сумма углов равна 360°.

в) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм – квадрат.

г) Периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон.

д) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

Т55. Выберите верное утверждение:

а) Диагонали трапеции перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.

б) Сумма углов трапеции равна 360°.

в) Каждая трапеция является параллелограммом.

г) Если две стороны выпуклого четырехугольника параллельны, то этот четырехугольник – трапеция.

Т56. Выберите неверные утверждения:

а) У любой трапеции основания параллельны.

б) Диагональ трапеции делит ее на два равных треугольника.

в) Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности ее оснований.

г) Диагонали трапеции пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Т57. Сформулируйте свойство трапеции:

Биссектрисы углов при боковой стороне трапеции ___________.

а) параллельны,

б) равны,

в) перпендикулярны,

г) образуют угол 120°.

Т58. Закончите предложение:

Трапеция называется равнобедренной, если у нее__________:

а) две стороны равны,

б) два угла равны,

в) боковые стороны равны,

г) основания параллельны и равны.

Т59. Укажите верные утверждения:

а) Диагонали равнобедренной трапеции равны.

б) Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.

в) У любой трапеции боковые стороны равны.

г) У любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.

Т60. Укажите неверное утверждение:

а) В прямоугольной трапеции все углы прямые.

б) Диагонали прямоугольной трапеции не равны.

в) Один из углов равнобедренной трапеции равен 100°. Тогда три оставшихся угла равны 100°, 80°, 80°.

г) В трапеции сумма углов при боковой стороне равна 180°.

Т61. Закончите предложение.

Расстоянием от точки до прямой называется:

а) длина перпендикуляра, проведенного от данной точки к прямой,

б) расстояние между данной точкой и любой точкой прямой,

в) часть прямой, ограниченная двумя точками,

г) прямая, проходящая через данную точку и произвольную точку на прямой.

Т62. Укажите неверные утверждения.

а) У параллелограмма длины высот, выходящих из одной вершины, равны.

б) Прямоугольник имеет 4 вершины, 4 стороны, 2 диагонали.

в) Боковая сторона трапеции является ее высотой.

г) Всякий квадрат является ромбом и всякий ромб является квадратом.

Т63. Укажите верное утверждение:

а) У ромба диагонали равны.

б) Периметр прямоугольника равен произведению длин всех его сторон.

в) У квадрата длины сторон не равны диагоналям.

г) Высотой трапеции называется отрезок, пересекающий основание трапеции под прямым углом.

Т64. Вставьте пропущенное слово

а) Четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны называется__________________.

б) Четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны называется______________________.

в) Сумма длин всех сторон четырехугольника называется_________________.

г) Две несмежные стороны четырехугольника называются _____________.

д) Отрезок, соединяющий любые две не соседние вершины многоугольника, называется____________ многоугольника.

Т65. Выбери верные утверждения

а) В параллелограмме противоположные стороны равны.

б) Диагонали прямоугольника равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы прямоугольника пополам.

в) В трапеции противоположные углы равны.

г) В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

д) Все стороны ромба равны.

е) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.

Т66. Выбери верное утверждение

Диагонали какого четырехугольника имеют такие свойства:

Диагонали равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы четырехугольника пополам.

а) прямоугольник;
б) произвольный четырехугольник;
в) квадрат;
г) ромб;
д) трапеция;
е) параллелограмм

Решаем задачи

99. Найдите сумму внутренних углов выпуклого:
а) четырехугольника, б) шестиугольника, в) одиннадцатиугольника

100. Сколько сторон имеет n-угольник, если сумма его внутренних углов равна: а)540^0, б)1440^0, в) 1080^0

101. Найдите углы выпуклого четырехугольника, если их градусные меры пропорциональны числам: а) 2, 4 ,4, 8; б) 3, 6, 6, 9; в) 0,5; 1; 1; 2.

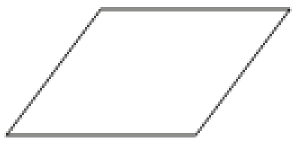
102.Найдите углы *A*, *B*, *C* выпуклого четырехугольника *ABCD*, если:
а) $\angle A=\angle B=\angle C$, а $\angle D=60^0$
б) $\angle A=\angle B=\angle C$, а $\angle D=135^0$
в) $\angle A=\angle B=\angle C$, а $\angle D=30^0$

103.Три угла четырехугольника равны:
а) $45^0,105^0,120^0$;
б)$30^0,80^0,140^0$;
в) $93^0,160^0,77^0$.
Найдите его четвертый угол.

104.Внутри угла *A* взята точка, из которой опущены на его стороны перпендикуляры. Найдите углы получившегося четырехугольника, если:
а) $\angle A=75^0$; б) $\angle A=54^0$; в) $\angle$A=$103^{0.}$

105. Сумма углов n-угольника равна:
а)360^0; б)720^0; в) 1440^0. Найдите *n*.

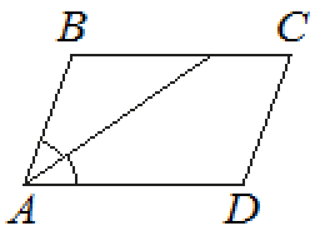
106. а) Один из углов параллелограмма равен 74°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах



б) Один из углов параллелограмма равен 26°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

в) Один из углов параллелограмма равен 96°. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах

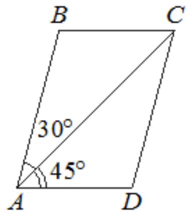
107. а) Найдите острый угол параллелограмма *ABCD*, если биссектриса угла *A* образует со стороной *BC* угол, равный 15°. Ответ дайте в градусах.



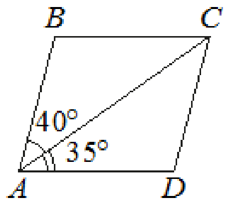
б) Найдите острый угол параллелограмма *ABCD*, если биссектриса угла *A* образует со стороной *BC* угол, равный 33°. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите острый угол параллелограмма *ABCD*, если биссектриса угла *A* образует со стороной *BC* угол, равный 41°. Ответ дайте в градусах.

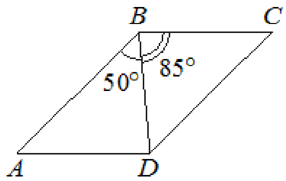
108. а) Диагональ *AC* параллелограмма *ABCD* образует с его сторонами углы, равные 30° и 45°.Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



б) Диагональ *AC* параллелограмма *ABCD* образует с его сторонами углы, равные 40° и 35°.Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



в) Диагональ *BD* параллелограмма *ABCD* образует с его сторонами углы, равные 50° и 85°. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах



109. а) Один из углов параллелограмма на 30^0больше другого. Найдите острый угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

б) Один из углов параллелограмма на 20^0больше другого. Найдите тупой угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

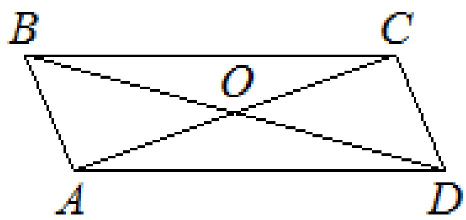
в) Один из углов параллелограмма вдвое больше его другого угла. Найдите острый угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах

110. а) Сумма двух углов параллелограмма равна 100^0. Найдите тупой угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

б) Сумма двух углов параллелограмма равна 110^0. Найдите острый угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

в). Сумма двух углов параллелограмма равна 140^0. Найдите тупой угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

111. а) Диагонали *AC* и *BD* параллелограмма *ABCD* пересекаются в очке *O*, *AC*=14, *BD*=18, *AB*=5. Найдите *DO*.



б) Диагонали *AC* и *BD* параллелограмма *ABCD* пересекаются в точке *O*, *AC*=16, *BD*=20, *AB*=5. Найдите *DO*.

в) Диагонали *AC* и *BD* параллелограмма *ABCD* пересекаются в точке *O*, *AC*=22, *BD*=24, *AB*=3. Найдите *DO*.

112. а) Периметр параллелограмма равен 34, а одна из его сторон равна 5. Найдите наибольшую сторону параллелограмма.

б) Периметр параллелограмма равен 26, а одна из его сторон равна 10. Найдите меньшую сторону параллелограмма.

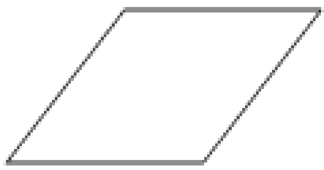
в) Периметр параллелограмма равен 46, а одна из его сторон равна 15. Найдите меньшую сторону параллелограмма.

113. а) Сторона ромба равна 34, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

б) Сторона ромба равна 24, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

в) Сторона ромба равна 64, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

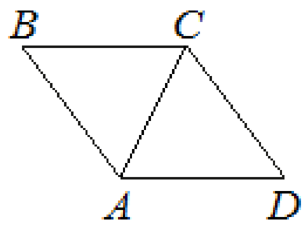
114. а) Один из углов ромба равен 43°. Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



б) Один из углов ромба равен 35°. Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

в) Один из углов ромба равен 99°. Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

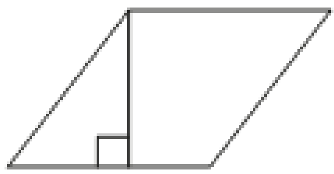
115. а) В ромбе ABCD угол ABC равен 72°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



б) В ромбе ABCD угол ABC равен 84°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

в) В ромбе ABCD угол ABC равен 56°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

116. а) Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.



б) Сторона ромба равна 18, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

в) Сторона ромба равна 54, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

117. а) В ромбе сумма двух углов равна 250^0. Найдите меньший из углов ромба. Ответ дайте в градусах.

б) В ромбе сумма двух углов равна 130^0. Найдите меньший из углов ромба. Ответ дайте в градусах.

в) В ромбе сумма двух углов равна 270^0. Найдите меньший из углов ромба. Ответ дайте в градусах.

118. а) Диагонали ромба равны 18 и 24. Найдите периметр ромба.

б) Диагонали ромба равны 40 и 30. Найдите периметр ромба.

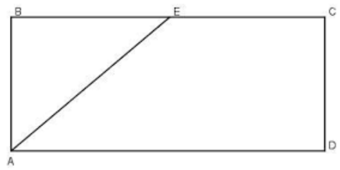
в) Диагонали ромба равны 48 и 14. Найдите периметр ромба.

119. а) В ромбе *ABCD* угол *ABC* равен 60^0, сторона *AB* равна 6. Найдите меньшую диагональ.

б) В ромбе *ABCD* угол *ABC* равен 60^0, сторона *AB* равна 12. Найдите меньшую диагональ.

в) В ромбе *ABCD* угол *ABC* равен 60^0, сторона *AB* равна 3. Найдите меньшую диагональ.

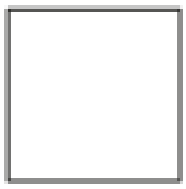
120. а) Биссектриса угла *A* прямоугольника *ABCD* пересекает сторону *BC* в точке *E*. Найдите периметр прямоугольника, если *BE*=4, *CE*=19.



б) Биссектриса угла *A* прямоугольника *ABCD* пересекает сторону *BC* в точке *E*. Найдите периметр прямоугольника, если *BE*=8, *CE*=13.

в) Биссектриса угла *A* прямоугольника *ABCD* пересекает сторону *BC* в точке *E*. Найдите периметр прямоугольника, если *BE*=5, *CE*=14.

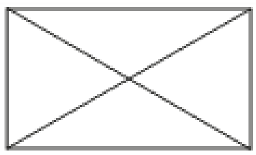
121. а) Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь этого квадрата.



б) Периметр квадрата равен 32. Найдите площадь этого квадрата.

в) Периметр квадрата равен 68. Найдите площадь этого квадрата.

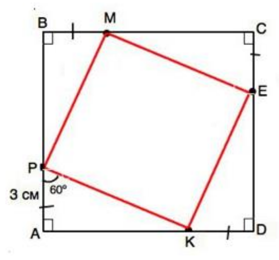
122. а) Диагональ прямоугольника образует угол 50° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



б) Диагональ прямоугольника образует угол 44° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

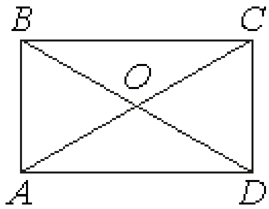
в) Диагональ прямоугольника образует угол 86° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

123. а) На сторонах *AB, BC, CD, AD* квадрата *ABCD* отмечены соответственно точки *P*, *M*, *E* и *K* так, что *AP*=*BM*=*CE*=*DK*=3 см, ∠*APK*=60°. Найдите периметр четырехугольника *PMEK*.



б) На сторонах *AB, BC, CD, AD* квадрата *ABCD* отмечены соответственно точки *P, M, E* и *K* так, что *AP=BM=CE=DK*= 5 см, угол АРК равен 60°. Найдите периметр четырехугольника *PMEK*.

в) На сторонах *AB, BC, CD, AD* квадрата *ABCD* отмечены соответственно точки *P, M, E* и К так, что *AP=BM=CE=DK*= 6 см, угол *APK* равен 60°. Найдите периметр четырехугольника *PMEK*.



124. а) Диагонали *AC* и *BD* прямоугольника *ABCD* пересекаются в точке *O*, *BO*=7, *AB*= 6. Найдите *AC*.

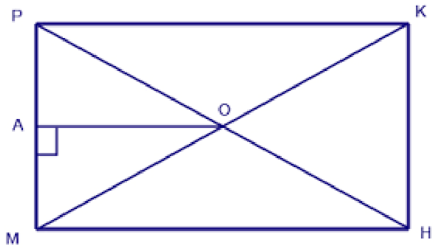
б) Диагонали *AC* и *BD* прямоугольника *ABCD* пересекаются в точке О, *BO*=8, *AB*= 9. Найдите *AC*.

в) Диагонали АС и *BD* прямоугольника *ABCD* пересекаются в точке *O*, *BO*=13, *AB*= 5. Найдите *AC*.

125. а) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна его сторона на 2 больше другой.

б) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 58 и одна его сторона на 5 больше другой.

в) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 26 и одна его сторона на 3 больше другой.



126. а) В прямоугольнике *MPKH* диагонали пересекаются в точке *O*. Отрезок *OA* является высотой треугольника *MOP*, ∠*AOP* = 15°. Найдите ∠*OHK*. Ответ укажите в градусах.

б) В прямоугольнике *MPKH* диагонали пересекаются в точке *O*. Отрезок *OA* является высотой треугольника *MOP*, ∠*AOP* = 50°. Найдите ∠OHK. Ответ укажите в градусах.

в) В прямоугольнике *MPKH* диагонали пересекаются в точке *O*. Отрезок *OA* является высотой треугольника *MOP*, ∠*AOP* = 28°. Найдите ∠*OHK*. Ответ укажите в градусах.

127. а) Найдите высоту *BH* трапеции *ABCD*, если углы *ABC* и *BCD* равны соответственно 135° и 150°, а *CD*=26.

б) Найдите высоту *BH* трапеции *ABCD*, если углы *ABC* и *BCD* равны соответственно 135° и 150°, а *CD*=18.

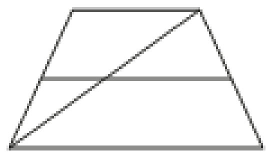
в) Найдите высоту *BH* трапеции *ABCD*, если углы *ABC* и *BCD* равны соответственно 135° и 150°, а *CD*=40.

128. а) Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Найдите AB, если AF=24, BF=10.

б) Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Найдите AB, если AF=15, BF=8.

в) Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Найдите AB, если AF=16, BF=12.

129. а) Основания трапеции равны 14 и 19. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

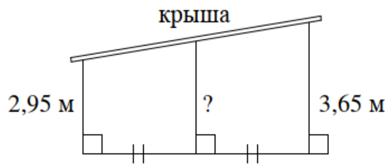


б) Основания трапеции равны 1 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

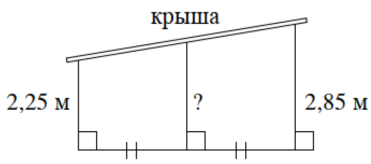
в) Основания трапеции равны 3 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

130. а) Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,7 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.

б) Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 2,95 м, высота большой опоры 3,65 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



в) Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 2,25 м, высота большой опоры 2,85 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



131. а) В трапеции $ABCD$ $\angle A$=37°, $\angle C$=126°. Чему равна сумма градусных мер углов B и D? Ответ дайте в градусах.

б) В трапеции $ABCD$ $\angle B$=128°, $\angle C$=115°. Чему равна сумма градусных мер углов A и D? Ответ дайте в градусах.

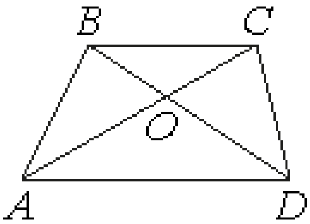
в) В трапеции $ABCD$ $\angle A$=49°, $\angle C$=131°. Чему равна сумма градусных мер углов B и D? Ответ дайте в градусах.

132. а) В трапеции углы при большем основании равны 60°, а ее основания равны 6 и 10. Найдите периметр трапеции.

б) В трапеции высоты образуют с боковыми сторонами углы 30°, а ее основания равны 11 и 5. Найдите периметр трапеции.

в) В трапеции углы при большем основании равны 60°, а ее основания равны 21 и 15. Найдите периметр трапеции.

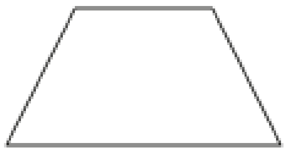
133. а) Диагонали *AC* и *BD* трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и AD пересекаются в точке *O*, *BC*=3, *AD*=7, *AC*=20. Найдите *AO*.



б) Диагонали *AC* и *BD* трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и *AD* пересекаются в точке *O*, *BC*=3, *AD*=5, *AC*=24. Найдите *AO*.

в) Диагонали *AC* и *BD* трапеции *ABCD* с основаниями *BC* и *AD* пересекаются в точке *O*, *BC*=4, *AD*=9, *AC*=26. Найдите *AO*.

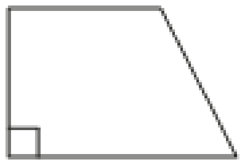
134. а) Один из углов равнобедренной трапеции равен 66. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



б) Один из углов равнобедренной трапеции равен 43°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

в) Один из углов равнобедренной трапеции равен 74°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

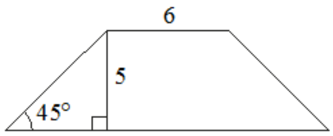
135. а) Один из углов прямоугольной трапеции равен 102°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



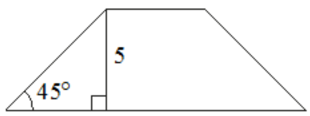
б) Один из углов прямоугольной трапеции равен 121°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

в) Один из углов прямоугольной трапеции равен 139°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

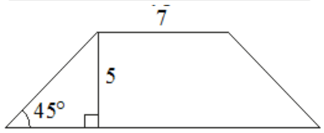
136. а) В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.



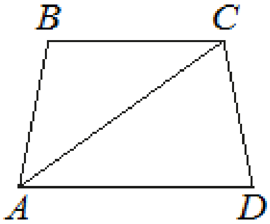
б) В равнобедренной трапеции известны высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



в) В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.

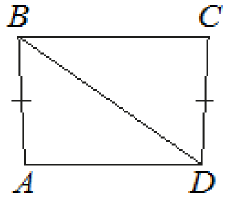


137. а) Найдите больший угол равнобедренной трапеции *ABCD*, если диагональ *AC* образует с основанием *AD* и боковой стороной *AB* углы, равные 33 и 13 соответственно. Ответ дайте в градусах.

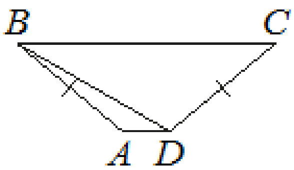


б) Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 62 и 9 соответственно. Ответ дайте в градусах.

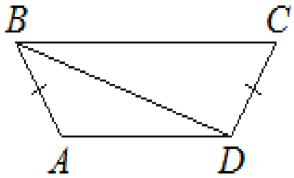
в) Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 17 и 26 соответственно. Ответ дайте в градусах.



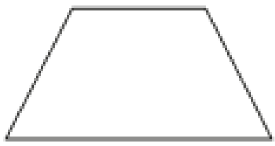
138. а) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $\angle BDA=35°$ и $\angle BDC=58°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



б) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $\angle BDA=30°$ *и* $\angle BDC=110°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



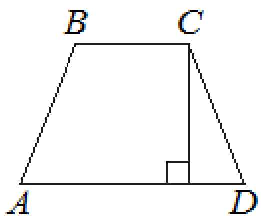
в) В трапеции $ABCD$ известно, что $AB=CD$, $\angle BDA=18°$ и $\angle BDC=97°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



139. а) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 46°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

б) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 178°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

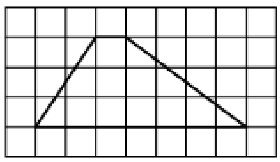
в) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 94°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



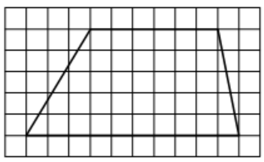
140. а) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 17 и 19. Найдите длину основания BC.

б) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 8 и 18. Найдите длину основания BC.

в) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 16 и 17. Найдите длину основания BC.

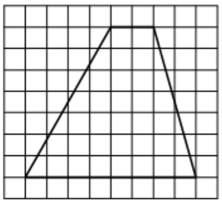


141. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

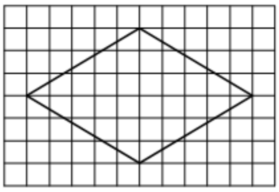


б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.

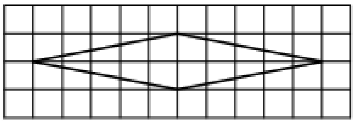
в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



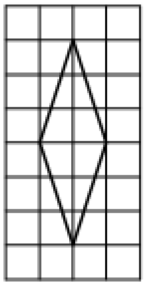
142. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



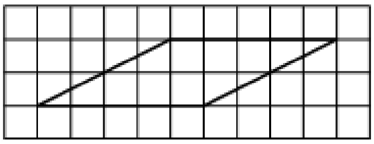
б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



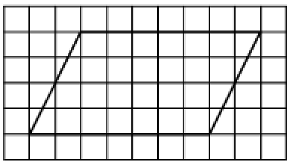
в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



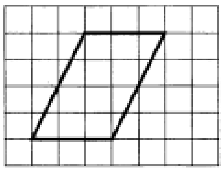
143. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его меньшую высоту.



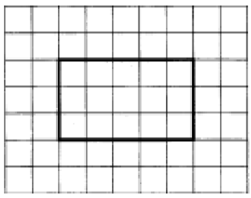
б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его меньшую высоту.



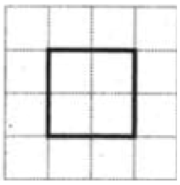
в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его большую высоту.



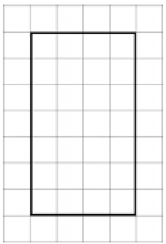
144. а) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображена фигура. Найдите ее периметр.



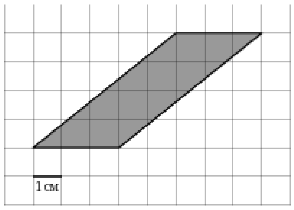
б) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображена фигура. Найдите ее периметр.



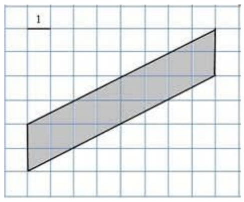
в) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображена фигура. Найдите ее периметр.



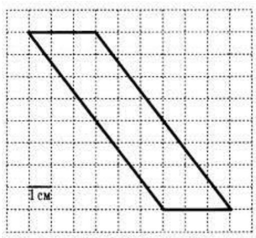
145. а) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображен параллелограмм. Найдите большую высоту параллелограмма.



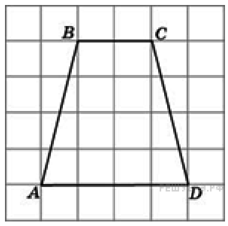
б) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображен параллелограмм. Найдите большую высоту параллелограмма.



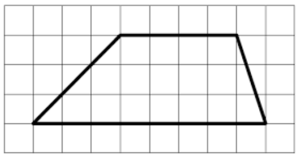
в) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображен параллелограмм. Найдите большую высоту параллелограмма.



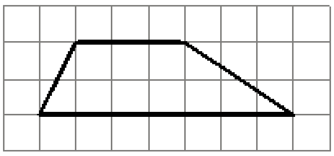
146. а) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображена трапеция. Найдите сумму длин ее оснований.



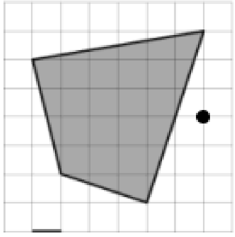
б) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображена трапеция. Найдите сумму длин ее оснований.



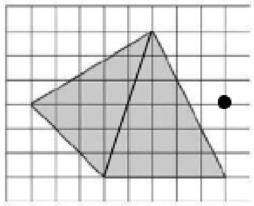
в) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображена трапеция. Найдите сумму длин ее оснований.



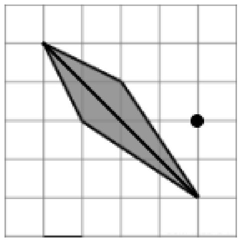
147. а) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображен четырехугольник. Найдите расстояние от данной точки до середины ближайшей стороны четырехугольника.



б) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображен четырехугольник. Найдите расстояние от указанной точки до середины диагонали четырехугольника.



в) На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображен четырехугольник. Найдите расстояние от указанной точки до середины большей диагонали четырехугольника.



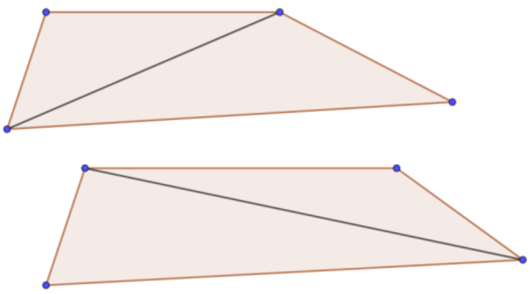
148. а) К отрезку в его концах восстановите по одну сторону от него два равных перпендикуляра и их концы соедините отрезком. Является ли полученный четырехугольник прямоугольником? Перечислите его свойства.

б) Постройте два неравных взаимно перпендикулярных отрезка, делящихся в точке пересечения пополам. Концы отрезков последовательно соедините. Является ли полученный четырехугольник ромбом? Перечислите его свойства.

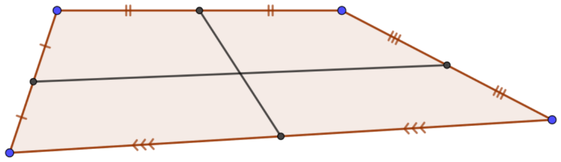
в) Постройте два равных и параллельных отрезка. Соедините их концы непересекающимися отрезками. Верно ли, что получившийся четырехугольник является параллелограммом? Перечислите его свойства.

149. а) Вырезать из листа бумаги равнобокую трапецию. Что необходимо сделать, чтобы получить из нее параллелограмм?

б) Два равных выпуклых четырехугольника нужно разрезать: первый – по одной диагонали, второй – по другой диагонали. Докажите, что из полученных треугольников можно сложить параллелограмм.



в) Выпуклый четырехугольник разрезали на четыре части по отрезкам, соединяющим середины его противоположных сторон. Докажите, что из этих частей можно сложить параллелограмм.



150. а) Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно. Надежна ли такая проверка?

Другой паркетчик проверял свою работу иначе: он мерил не стороны, а диагонали. Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно. Вы тоже так думаете?

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга, равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат.

б) Швее нужно отрезать кусок полотна в форме квадрата. Отрезав несколько кусков, она проверяет свою работу тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли края. Если совпадают, значит, решает она, отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму. Так ли это?

Другая белошвейка не довольствовалась проверкой, применяемой ее подругой. Она перегибала отрезанный четырехугольник сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, перегибала по другой. И, только если края фигуры совпадали в обоих случаях, она считала квадрат вырезанным правильно. Что скажете вы о такой проверке?

в) Школьная мастерская изготовила партию пластин четырехугольной формы. Как проверить, будет ли пластина иметь форму прямоугольника, располагая лишь линейкой с делениями?

151. а) В прямоугольной пластине нужно просверлить отверстие на равном расстоянии от ее вершин. Как найти центр этого отверстия?

б) Заготовлены одинаковые по ширине рейки в форме прямоугольников. Как не используя угломера, обрезать концы реек под углом 45 градусов, чтобы из них можно сделать раму?

в) Имеется квадратный пруд. По его углам близ воды растут 4 старых дуба. Пруд понадобилось расширить. Как увеличить его размеры, не пересаживая деревья и сохранив форму квадрата?

152. а) Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4:3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.

б) Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4:3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 66.

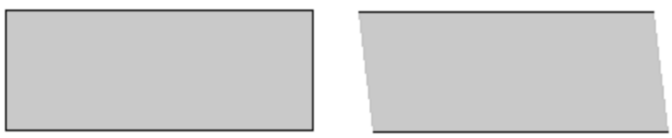
в) Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4:3, считая от вершины острого угла. Найдите меньшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 110.

153. а) Из медной проволоки, длиной 30 см, изготовить прямоугольник, стороны которого относятся как 2: 3.

б) Из медной проволоки, длиной 20 см, изготовить прямоугольник, стороны которого относятся как 2: 3.

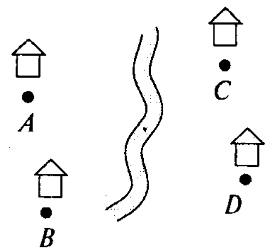
в) Из медной проволоки, длиной 40 см, изготовить прямоугольник, стороны которого относятся как 2: 3.

154. а) Противоположные стороны четырехугольной плитки паркета параллельны и равны.

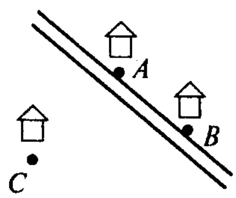


Как, пользуясь линейкой, выяснить, имеет ли плитка форму прямоугольника?

б) Деревни A, B, C, D, расположены в вершинах прямоугольника. В каком месте следует построить мост через реку, чтобы он был одинаково удален от всех деревень?



в) Как провести через пункт C дорогу, параллельную дороге, соединяющей пункты A и B, используя свойства параллелограмма?



Раздел 3. Окружность. Круг.

Теоретический материал.

Касательная и секущая к окружности

Окружность – это множество точек плоскости, расположенных на одинаковом расстоянии от данной точки (центра).

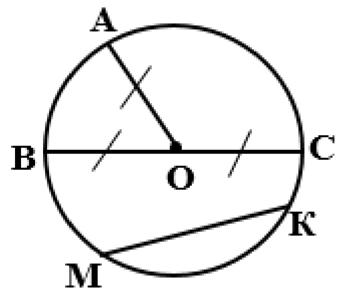
Радиус – это отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой окружности.

Два радиуса, лежащие на одной прямой, образуют *диаметр*.

Хорда – это отрезок, соединяющий две точки окружности.

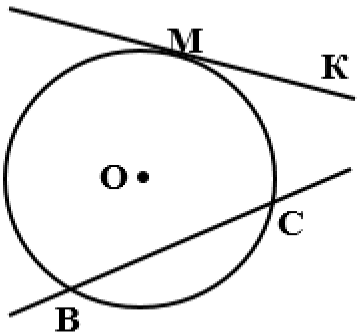
Диаметр – хорда, проходящая через центр окружности

O – центр
OA, OB, OC - радиусы
BC – диаметр
MK, BC – хорды



Касательная – это прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку.
Секущая – это прямая, имеющая с окружностью две общие точки.

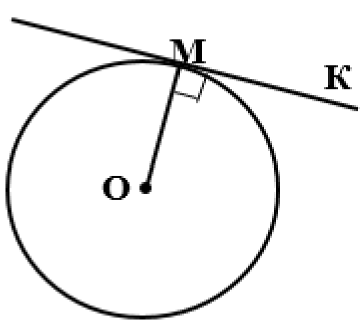
MK – касательная
BC – секущая



Утверждения о касательных и секущих

1. Расстояние от центра окружности до касательной равно радиусу.
2. Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

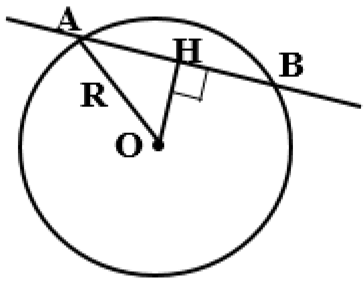
Окружность с центром O,
M – точка касания, следовательно,
$OM=R$, $OM \perp MK$.



3. Если прямая перпендикулярна радиусу и проходит через конец этого радиуса, лежащий на окружности, то она является касательной. (*признак касательной*).

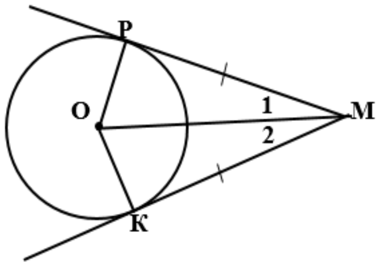
   Окружность с центром О, ОМ – радиус, МК ⊥ ОМ, следовательно, МК – касательная.
4. Расстояние от центра окружности до секущей меньше радиуса.

   Окружность с центром О, R- радиус, АВ – секущая, ОН ⊥ АВ, следовательно, ОН<R.



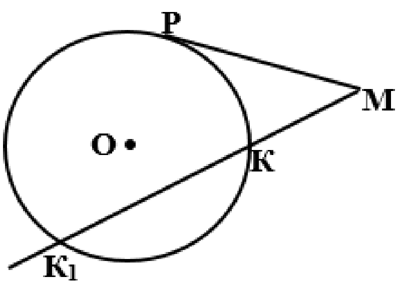
5. Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса, то эта прямая – секущая. Если расстояние больше радиуса, то эта прямая не имеет с окружностью общих точек.
6. Отрезки касательных, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через центр окружности и эту общую точку.

   Окружность с центром О, МР и МК – касательные, К и Р точки касания, следовательно, МР=МК, ∠ 1 = ∠ 2, $OP^2 + PM^2 = OM^2$.



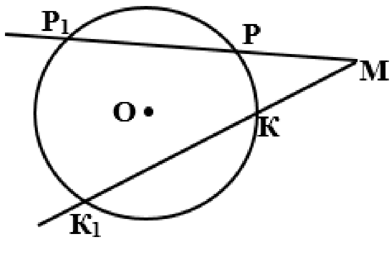
7. Если касательная пересекается с секущей, то квадрат отрезка касательной равен произведению расстояний от общей точки до точек пересечения секущей с окружностью.

   Окружность с центром О,
   МК – секущая,
   МР – касательная,
   Р – точка касания, следовательно,
   $MP^2 = MK \cdot MK_1$.



8. *(дополнительно)* Произведение всей секущей на ее внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.

   Секущие МР и МК, следовательно, $MP \cdot MP_1 = MK \cdot MK_1$.



Хорды и дуги.

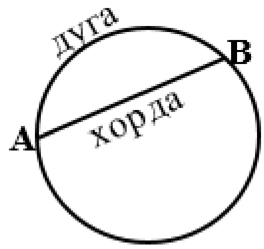
Хорда – это отрезок, концы которого лежат на окружности.

Дуга – это часть окружности, соединяющая две точки.

Дуга называется *полуокружностью*, если хорда, соединяющая ее концы, является диаметром.

AB – хорда

∪AB – дуга AB



<u>*Свойства хорд и дуг*</u>

1. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит хорду и стягивающую ее дугу пополам.

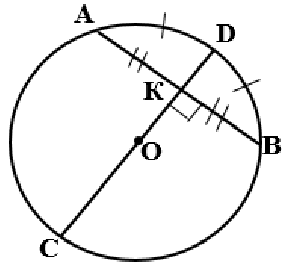
Окружность с центром O,

CD – диаметр,

AB – хорда,

AB⊥CD, следовательно, AK = KB,

∪AD = ∪ DB



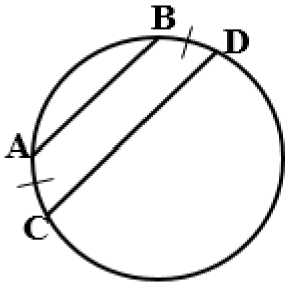
2. Серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности.

Окружность с центром в точке O, AB – хорда, AB⊥ CD, AB ∩ CD = K,

AK = KB, следовательно, O ∈ CD.

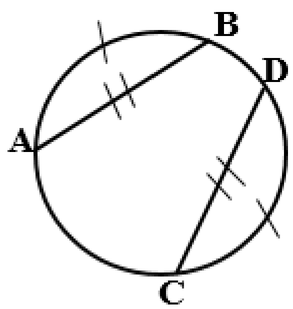
3. Дуги окружности, заключенные между параллельными хордами, равны.

AB и CD – хорды, AB ∥ CD ⇔ ∪AC = ∪BD.

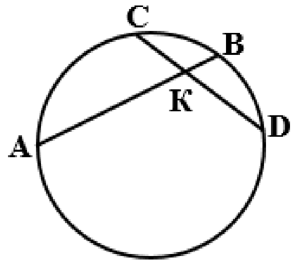


4. Равные хорды стягивают равные дуги (верно и обратное утверждение).

   AB и CD – хорды, AB = CD ⇔ ∪AB = ∪CD.



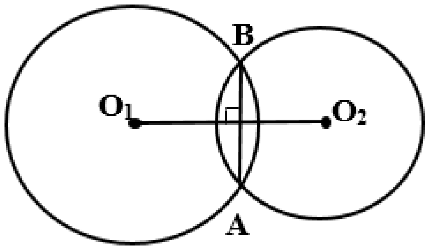
5. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



CD и BA – хорды, K – точка их пересечения, ⇒
CK · KD = AK · KB.

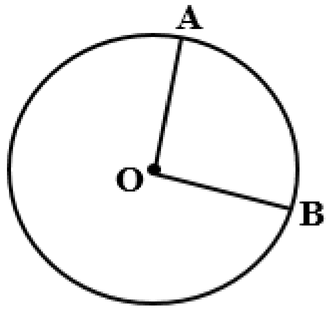
6. *(дополнительно)* Общая хорда пересекающихся окружностей перпендикулярна прямой, содержащей центры этих окружностей.

O_1 и O_2 – центры окружностей, A и B – точки их пересечения, ⇒ $AB \perp O_1O_2$.



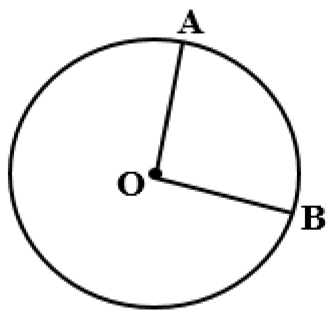
Центральные углы

Центральным углом называется угол с вершиной в центре окружности.



O – центр окружности, ∠AOB – центральный угол, опирающийся на дугу *AB*,
Стороны угла *OA* и *OB* пересекают окружность в точках *A* и *B*

<u>*Свойства*</u>
1. Центральный угол равен величине дуги, на которую он опирается.



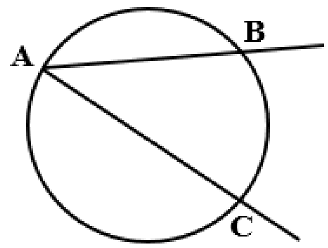
O – центр окружности, *A* и *B* лежат на окружности, $\angle AOB = \smile AB$

2. Если центральный угол развернутый, то ему соответствуют две полуокружности.
3. Если центральный угол неразвернутый, то дуга, расположенная внутри этого угла меньше полуокружности.
4. Сумма градусных мер двух дуг окружности с общими концами равна 360°.

Вписанные углы.

Вписанный угол – это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность.

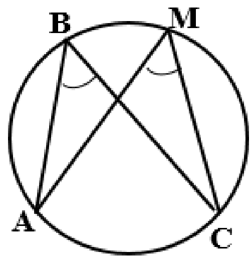
Точки A, B, C лежат на окружности, следовательно. $\angle BAC$ – вписанный угол, опирающийся на дугу BC.



Свойства

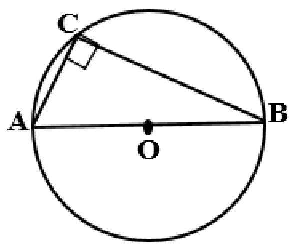
1. Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается.
   $\angle BAC = \frac{1}{2} \cup BC$.

2. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



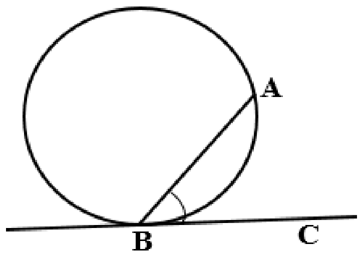
Точки A, B, M, C лежат на окружности, причем B, M лежат по одну сторону от прямой AC,
$\angle ABC = \angle AMC$.

3. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность (на диаметр), равен 90^{O}.

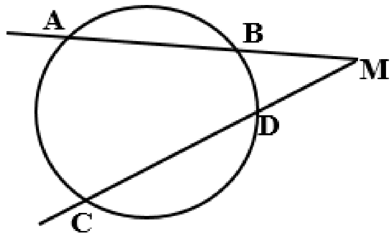


4. Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними.

BA – хорда, BC – касательная, следовательно,
$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AB$

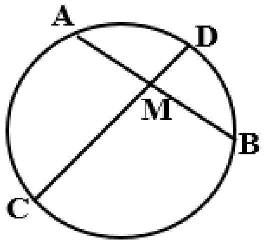


5. *(дополнительно)* Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности.
   $\angle M = \frac{\cup AC - \cup BD}{2}$



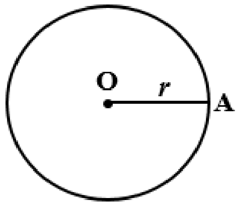
6. *(дополнительно)* Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами.
   AB и *CD* – хорды,

   $\angle AMD = \frac{\cup \mathrm{AD} + \cup \mathrm{CB}}{2}$



Длина окружности и площадь круга.

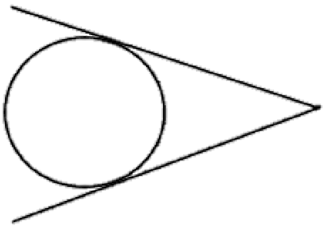
Длина окружности радиуса r вычисляется по формуле:
$C = 2\pi r$

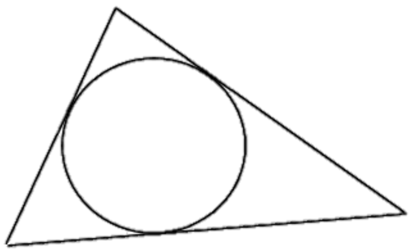


Площадь круга радиуса r вычисляется по формуле: $S = \pi r^2$

Вписанная в треугольник окружность.

Окружность называется *вписанной* (в угол, в треугольник), если она касается всех его сторон.

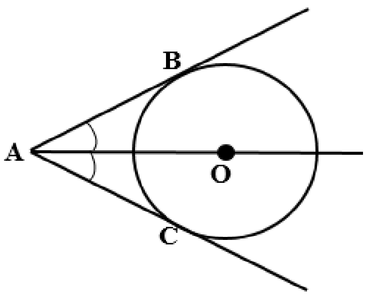




В этом случае треугольник называется описанным около окружности.
Свойства

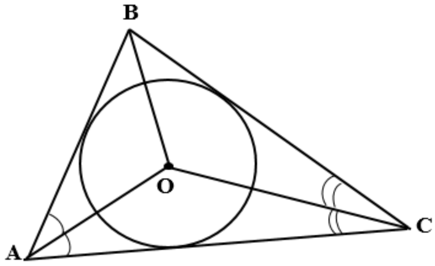
1. Центр вписанной в угол окружности лежит на биссектрисе угла.

   Окружность с центром *O* вписана в угол *BAC*, следовательно. $\angle BAO = \angle CAO$.

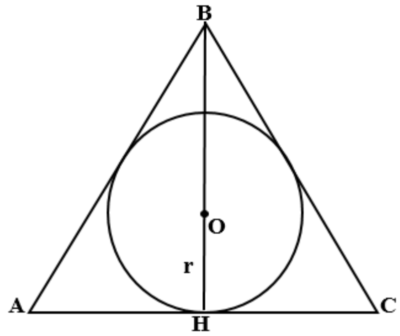


2. В любой треугольник можно вписать окружность и притом только одну.
3. Центром вписанной окружности треугольника является точка пересечения его биссектрис.

В △ ABC O – центр вписанной окружности, следовательно, $BO,\ CO,\ AO$ – биссектрисы углов △ ABC.



4. Радиус вписанной окружности равностороннего треугольника равен одной трети его биссектрисы (она же является медианой и высотой равностороннего треугольника).



△ ABC – равносторонний,
BH – биссектриса, высота, медиана,
O – центр вписанной окружности,
r – радиус вписанной окружности

$$r = \frac{1}{3} BH$$

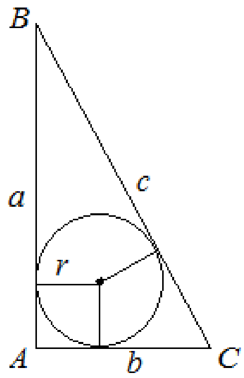
Если сторона треугольника равна a, то $\boldsymbol{r = \frac{a}{2\sqrt{3}}}$.

5. Площадь S треугольника равна произведению полупериметра p этого треугольника на радиус r вписанной окружности этого треугольника:

$$S = pr$$

6. Если треугольник прямоугольный, то

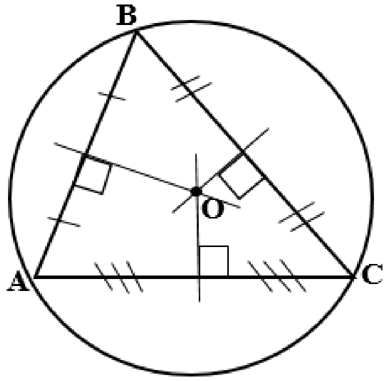
$$\boldsymbol{r = \frac{a+b-c}{2}}\ .$$



Описанная около треугольника окружность.

Окружность называется *описанной* около треугольника, если все вершины треугольника лежат на окружности.

В этом случае треугольник называется вписанным в окружность.



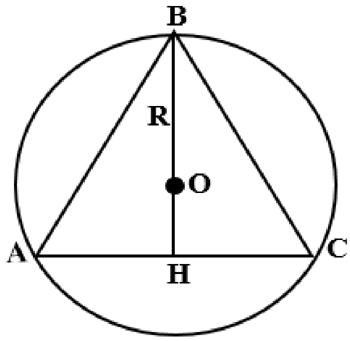
Свойства.

а) Около любого треугольника можно описать окружность и притом только одну.

б) Центром описанной около треугольника окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.

△ ABC, O – центр описанной окружности

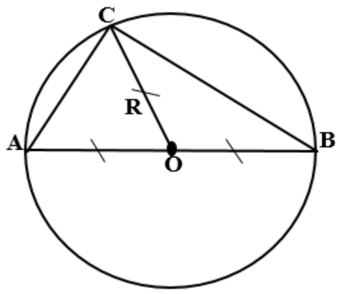
в) Радиус описанной окружности равностороннего треугольника равен двум третям его высоты (она же является медианой и биссектрисой равностороннего треугольника).



△ ABC – равносторонний,
BH – биссектриса, высота, медиана,
O – центр описанной окружности,
R – радиус вписанной окружности

$$R = \frac{2}{3} BH$$

Центром описанной окружности прямоугольного треугольника является середина его гипотенузы, а радиус окружности равен половине гипотенузы.



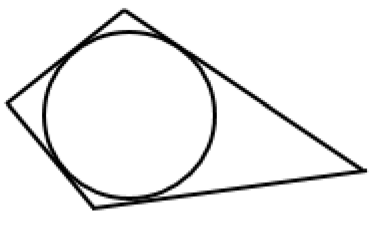
△ ABC – прямоугольный,
∠C – прямой,
O – центр описанной окружности,
R – радиус вписанной окружности

$$R = \frac{1}{2} \text{AB}$$

г) Площадь S треугольника может быть найдена по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a, b, c – длины сторон треугольника, R – радиус описанной окружности треугольника.

Вписанная в четырехугольник окружность.

Окружность называется *вписанной* в четырехугольник, если она касается всех его сторон.

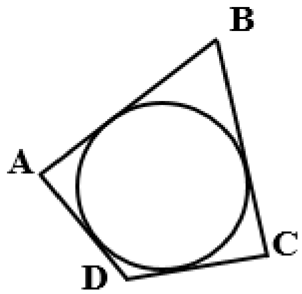


В этом случае четырехугольник называют описанным около окружности.

Свойства

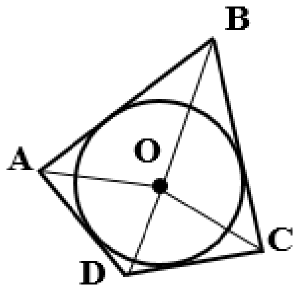
1. В четырехугольник можно вписать окружность (и притом только одну) в том и только том случае, если суммы его противоположных сторон равны.

Окружность вписана в четырехугольник *ABCD*, следовательно, *AD* + *BC* = *AB* + *DC*.



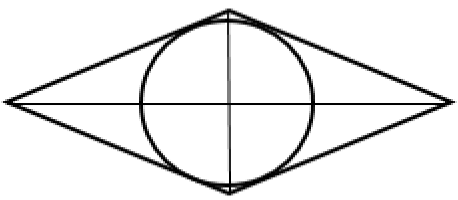
2. Центром вписанной окружности четырехугольника является точка пересечения его биссектрис.

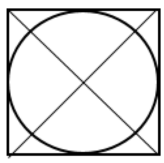
В четырехугольнике $ABCD$, О – центр вписанной окружности, следовательно, *BO*, *CO*, *AO*, *DO* – биссектрисы углов,



3. В параллелограмм можно вписать окружность, только если он является ромбом.

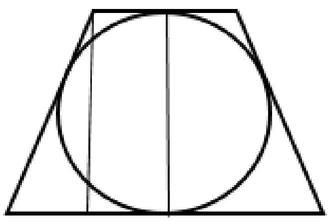
4. В любой ромб (а значит, и в квадрат) можно вписать окружность; центром этой окружности является точка пересечения диагоналей ромба.

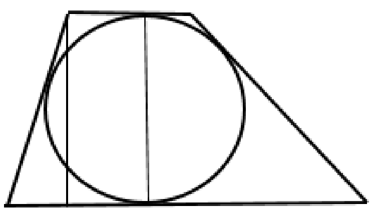




5. Радиус окружности, вписанной в квадрат, равен половине стороны.

6. Если в трапецию можно вписать окружность, то диаметр этой окружности равен высоте трапеции.

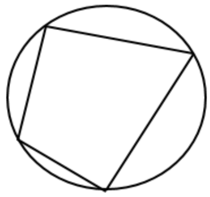




7. Площадь S четырехугольника, в который можно вписать окружность (описанного четырехугольника), равна произведению полупериметра p этого четырехугольника на радиус r вписанной окружности этого четырехугольника: S = pr.

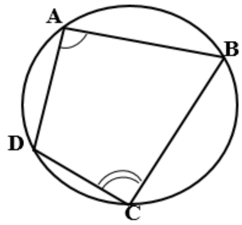
Описанная около четырехугольника окружность.

Окружность называется *описанной* около четырехугольника, если все вершины четырехугольника лежат на окружности.



В этом случае четырехугольник называют вписанным в окружность.

Свойства



1. Около четырехугольника можно описать окружность (и притом только одну) в том и только в том случае, если суммы его противоположных углов равны (т.е. каждая из этих сумм равна 180^{O}).

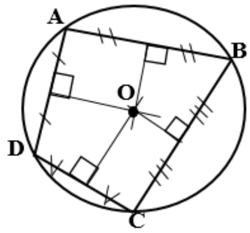
ABCD вписан в окружность ⇔

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$$

2. Центром описанной окружности четырехугольника является точка пересечения серединных перпендикуляров его сторон.

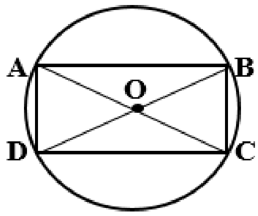
ABCD – вписан в окружность,

О – центр описанной окружности, точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам четырехугольника

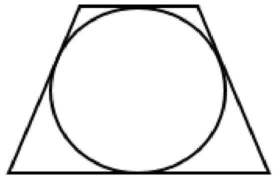


3. Около параллелограмма можно описать окружность, только если он является прямоугольником.

4. Около любого прямоугольника (а значит, и квадрата) можно описать окружность; центром этой окружности является точка пересечения диагоналей прямоугольника, а ее радиус равен половине диагонали прямоугольника.



5. Около трапеции можно описать окружность в том и только в том случае, если она равнобедренная.



Проверяем себя.

Т67. Вставьте пропущенное слово:

а) Отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой окружности, называется ____________________ окружности.

б) Хорда, проходящая через центр окружности, называется ___________.

в) Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется __________.

г) Центр окружности является _________________ любого диаметра.

Т68. Выберите верное утверждение

Касательной к окружности называется:

а) Прямая, которая пересекает окружность.

б) Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку.

в) Прямая, имеющая с окружностью общие точки.

г) Отрезок, имеющий с окружностью только одну общую точку.

Т69. Выберите верное утверждение

Признак касательной к окружности гласит:

а) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания

б) Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, то она является касательной.

в) Если прямая имеет с окружностью общие точки, то она является касательной.

г) Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна этому радиусу, то она является касательной.

Т70. Вставьте пропущенное слово

а) Любые две точки окружности делят ее на две части. Каждая из этих частей называется ___________ окружности.

б) Дуги окружности, заключенные между ______________ хордами, равны.

в) Диаметр, _____________________ хорде, делит хорду и стягивающую ее дугу пополам.

г) Серединный перпендикуляр к хорде проходит через _______________.

д) ______________ - дуга окружности, если отрезок, соединяющий ее концы, является диаметром.

Т71. Выберите верные утверждение

Хорда окружности – это:

а) Отрезок, который меньше диаметра, но больше радиуса.

б) Отрезок, который не проходит через центр окружности.

в) Отрезок, соединяющий две точки окружности.

г) Часть окружности, ограниченная двумя точками окружности.

Т72. Выберите верные утверждение

а) Если две дуги равны, то стягивающие их хорды параллельны.

б) Если две хорды параллельны, то стягиваемые ими дуги равны.

в) Перпендикулярные хорды равны.

г) Если две дуги равны, то стягивающие их хорды равны.

Т73. Вставьте пропущенные слова:

а) Угол с вершиной в центре окружности называется ________________.

б) Каждому центральному углу соответствует _______________ дуги.

в) Градусная мера дуги всей окружности равна __________ градусов.

г) Развернутый центральный угол делит окружность на _____________ полуокружности.

Т74. Выберите верное утверждение:

Дуга окружности – это…

а) часть окружности, выделенная ее точками;

б) часть окружности, ограниченная двумя ее точками.

Т75. Выберите неверные утверждения:

а) Градусная мера дуги равна градусной мере соответствующего центрального угла.

б) Градусная мера полуокружности равна 90°.

в) Равные центральные углы опираются на равные дуги.

г) Перпендикулярные диаметры делят окружность на четыре равные части.

д) Градусная мера полуокружности равна 360°

Т76. Вставьте пропущенные слова:

а) Угол ABC является вписанным, если точка B ___, а лучи BA и BC ___.

б) Вписанные углы равны, если они _________ на одну _________.

в) Угол AOB является центральным, если точка O является ________, а лучи OA и OB ________.

г) Вписанный угол, опирающийся на диаметр, …

Т77. Выберите верное утверждение:

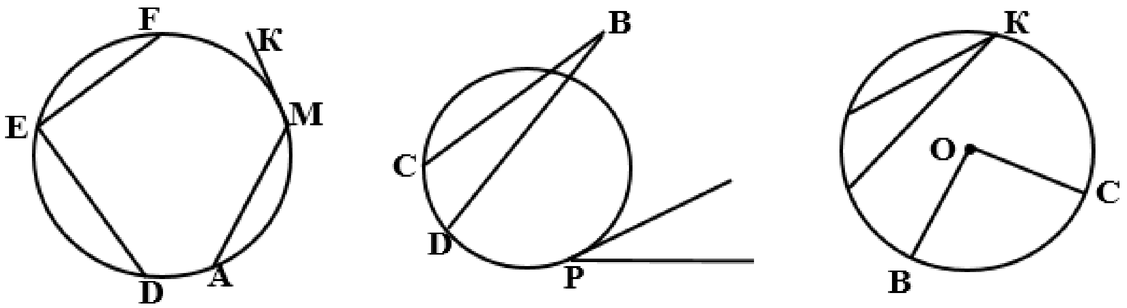
а) Прямая, проходящая через две точки окружности, называется диаметром.

б) Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной к окружности.

в) Центр окружности – это середина окружности.

г) Угол, вершина которого лежит на окружности называется вписанным углом.

Т78. Какие углы на рисунках называются вписанными?



Т79. Вставьте пропущенное слово:
Чем больше диаметр, тем ________ будет длина окружности.
а) больше;
б) меньше.

Т80. Выберите неверное утверждение
а) Отношение длины окружности к ее диаметру есть одно и то же число для всех окружностей.
б) Длина окружности равна произведению радиуса на пи.
в) Все диаметры окружности равны между собой.

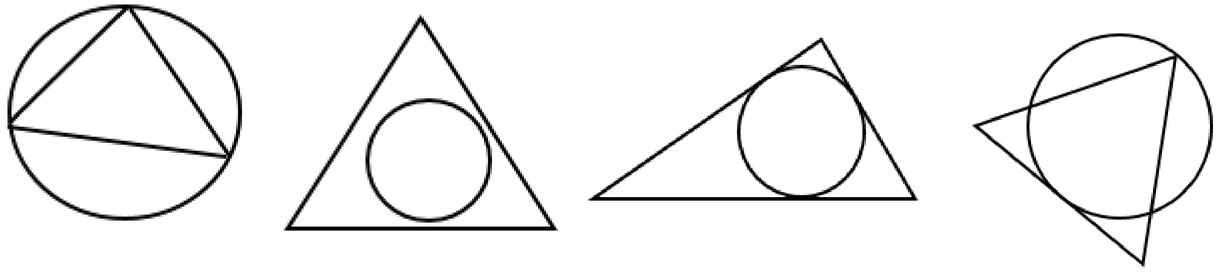
Т81. Выберите верное утверждение
Число π (примерно, с округлением до сотых) равно
а) 4,14; б) 3,15; в) 1,34; г) 3,14.

Т82. Укажите неверную формулу:
1) d=2r ; 2) d= $\frac{r}{2}$; 3) r = $\frac{d}{2}$.

Т83. Выберите верную формулу для вычисления площади круга
1) C = 2πr; 2) S= πd; 3) S= πr^2 ; 4) C = πd.

Т84. Что позволяют вычислить эти формулы C = 2πr; C = πd?

Т85. Вписанная в треугольник окружность изображена на рисунке:
а) б) в) г)



Т86. Какие из данных утверждений верны?

а) В любой треугольник можно вписать окружность.

б) Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его биссектрис.

в) Площадь круга больше квадрата длины его диаметра.

г) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

д) Из двух хорд окружности больше та, середина которой находится дальше от центра окружности.

е) Для точки, лежащей внутри круга, расстояние до центра круга меньше его радиуса.

Т87. Выберите верное утверждение:

1) Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его…

а) Медиан.

б) Биссектрис.

в) Серединных перпендикуляров.

2) Центр вписанной в треугольник окружности равноудален от…

а) Сторон.

б) Углов.

в) Вершин треугольника.

3) Если центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его медиан, то этот треугольник:

а) Прямоугольный.

б) Равнобедренный.

в) Равносторонний.

4) Окружность называется вписанной в треугольник, если…

а) Все его стороны касаются окружности.

б) Все его вершины лежат на окружности.

в) Все его стороны имеют общие точки с окружностью.

5) Радиус вписанной в треугольник окружности равен расстоянию от центра окружности до…

а) Сторон треугольника.

б) Вершин треугольника.

в) Углов треугольника.

6) Центр вписанной в равнобедренный треугольник окружности может лежать…

а) На любой из его высот.

б) На одной из его медиан.

в) На любом из его серединных перпендикуляров.

7) Если центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его биссектрис, то этот треугольник может быть…

а) Произвольным.

б) Только равносторонним.

в) Только прямоугольным.

Т88. Какие из данных утверждений верны?

а) Центром описанной окружности треугольника является точка пересечения медиан, проведенных к его сторонам.

б) Вокруг тупоугольного треугольника нельзя описать окружность.

в) Центр описанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.

г) Если из точки M проведены две касательные к окружности и A и B — точки касания, то отрезки MA и MB равны.

Т89. Какие три из перечисленных утверждений верны для окружности, описанной около треугольника?

а) ее центр лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров сторон треугольника;

б) окружность называется описанной около треугольника, если она касается всех его сторон;

в) около любого треугольника можно описать окружность;

г) Ее центр лежит в точке пересечения биссектрис внутренних углов треугольника;

д) Ее радиус вычисляется по формуле $R = \frac{\mathrm{abc}}{4S}$, где a, b, c – стороны треугольника, S – его площадь;

е) Ее радиус вычисляется по формуле $R = \frac{S}{P}$, где S – площадь треугольника, а p – полупериметр.

Т90. Расположите номера заданий по возрастанию полученных в ответах градусных мер углов.

а) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность.

б) Центральный угол, который опирается на дугу, равную 1/3 окружности.

в) Меньший угол прямоугольного равнобедренного треугольника, вписанного в окружность.

Т91. Вставьте пропущенные слова:

а) Если четырехугольник описан около окружности, то_____.

б) В любой _______ можно вписать окружность.

в) Если четырехугольник *ABCD* вписан в окружность, то _____.

Т92. Закончите предложение, выбрав верное равенство.

Окружность вписана в четырехугольник МКОР. Тогда _______.

а) МК + КО = ОР + РМ;

б) МК + ОР = КО + РМ;

в) МК + МР = ОК + ОР.

Т93. Выберите верные утверждения:

а) Центр вписанной в четырехугольник окружности лежит на пересечении его серединных перпендикуляров;

б) Площадь четырехугольника, описанного около окружности – это произведение его полупериметра на радиус вписанной окружности;

в) В любую трапецию можно вписать окружность;

г) Центр окружности, вписанной в четырехугольник, является точкой пересечения биссектрис углов четырехугольника;

д) Высота трапеции, в которую вписана окружность, равна диаметру этой окружности.

Т94. Укажите верные утверждения:

а) Любой квадрат можно вписать в окружность.

б) Не любой прямоугольник можно вписать в окружность.

в) Вокруг любого параллелограмма можно описать окружность.

г) Не любой параллелограмм можно вписать в окружность.

Т95. Расположите номера заданий по возрастанию полученных градусных мер углов

а) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность.

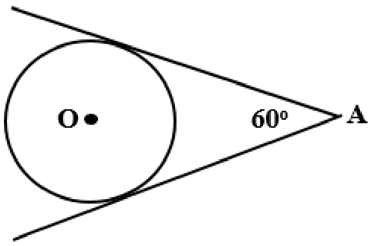
б) Центральный угол, который опирается на дугу, равную 1/3 окружности.

в) Меньший угол четырехугольника, вписанного в окружность, если два угла этого угла четырехугольника 60° и 140°.

Т96. Если вы согласны с утверждением, отвечаете «да», если не согласны – «нет».

Фигура	Можно ли описать окружность около данной геометрической фигуры		Можно ли вписать окружность в данную геометрическую фигуру	
	да	нет	да	нет
Любой треугольник				
Любой четырехугольник				
Прямоугольник				
Квадрат				
Ромб				

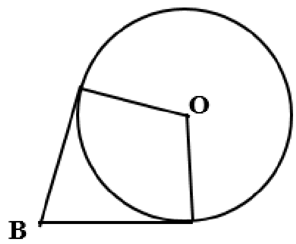
Решаем задачи.



155. а) Из точки *A* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки *A* до точки *O* равно 6.

б) Из точки *A* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите расстояние от точки А до точки *O*, если угол между касательными равен 60°, а радиус окружности равен 8.

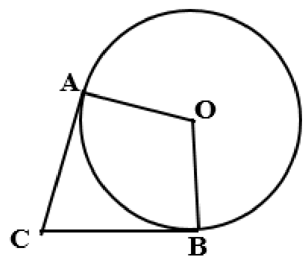
в) Из точки *A* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите расстояние от точки *A* до точки *O*, если угол между касательными равен 60°, а радиус окружности равен 6.



156. а) Из точки *B* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите расстояние от точки *B* до точки касания с окружностью, если угол между касательными равен 120°, а расстояние от точки *B* до точки *O* равно 26.

б) Из точки *B* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите расстояние от точки *B* до точки касания с окружностью, если угол между касательными равен 90°, а радиус окружности равен 17.

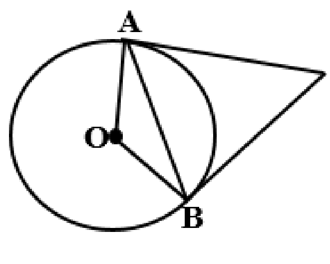
в) Из точки *B* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите расстояние от точки *B* до точки касания с окружностью, если угол между касательными равен 120°, а расстояние от точки *B* до точки *O* равно 38.



157. а) В угол *C* величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках *A* и *B*, точка *O* – центр окружности. Найдите величину угла *AOB*. Ответ дайте в градусах.

б) В угол *C* величиной 127° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках *A* и *B*, точка *O* – центр окружности. Найдите величину угла *AOB*. Ответ дайте в градусах.

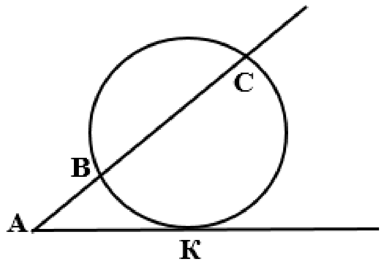
в) В угол *C* величиной 56° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках *A* и *B*, точка *O* – центр окружности. Найдите величину угла *AOB*. Ответ дайте в градусах.



158. а) Касательные в точках *A* и *B* к окружности с центром *O* пересекаются под углом 24°. Найдите угол *ABO*. Ответ дайте в градусах.

б) Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 76°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.

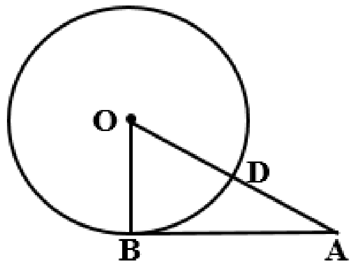
в) Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 82°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.



159. а) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=4, AC=64. Найдите AK.

б) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=2, BC=6. Найдите AK.

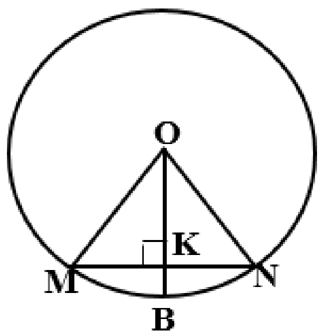
в) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=6, AC=54. Найдите AK.



160. а) Отрезок AB = 48 касается окружности радиуса 14 с центром O в точке B. Окружность пересекает отрезок AO в точке D. Найдите AD.

б) Отрезок AB = 32 касается окружности радиуса 24 с центром O в точке B. Окружность пересекает отрезок AO в точке D. Найдите AD.

в) Отрезок AB = 51 касается окружности радиуса 68 с центром O в точке B. Окружность пересекает отрезок AO в точке D. Найдите AD.



161. а) Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду MN в её середине — точке K. Найдите длину хорды MN, если KB = 1 см, а радиус окружности равен 13 см.

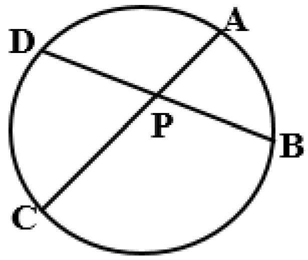
б) Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду MN в её середине — точке K. Найдите длину хорды MN, если KB = 1 см, а радиус окружности равен 5 см.

в) Радиус OB окружности с центром в точке O пересекает хорду MN в её середине — точке K. Найдите длину хорды MN, если KB = 1 см, а радиус окружности равен 25 см.

162. а) Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, BP=4, CP=12, DP=21. Найдите AP.

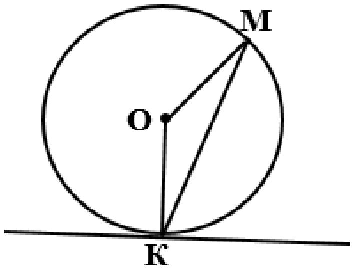
б) Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, BP=8, CP=24, DP=18. Найдите AP.

в) Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке Р, BP=10, CP=8, DP=12. Найдите AP.



163. а) Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 7°. Найдите величину угла OMK. Ответ запишите в градусах.

б) Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 38°. Найдите величину угла OMK. Ответ запишите в градусах.

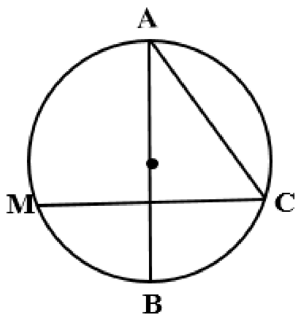


в) Прямая касается окружности в точке K. Точка O – центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 42°. Найдите величину угла OMK. Ответ запишите в градусах.

164. а) Через точку A, лежащую на окружности, проведены диаметр AB и хорда AC, причём AC = 8 и $\angle \mathrm{BAC} = 30°$ Найдите хорду CM, перпендикулярную AB.

б) Через точку A, лежащую на окружности, проведены диаметр AB и хорда AC, причём AC = 10 и $\angle \mathrm{CAB} = 30°$ Найдите хорду CM, перпендикулярную AB.

в) Через точку A, лежащую на окружности, проведены диаметр AB и хорда AC, причём AC = 17 и $\angle \mathrm{BAC} = 30°$ Найдите хорду CM, перпендикулярную AB.

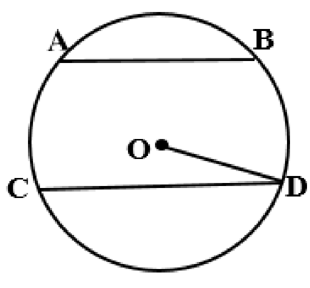


165. а) AB и CD – две параллельные хорды, расположенные по разные стороны от центра О окружности радиуса 15. AB = 18, CD = 24.

Найдите расстояние между хордами.

б) AB и CD – две параллельные хорды, расположенные по разные стороны от центра О окружности радиуса 13. AB = 24, CD = 10.

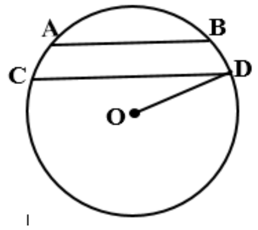
Найдите расстояние между хордами.



в) AB и CD – две параллельные хорды, расположенные по разные стороны от центра O окружности радиуса 25. AB = 48, CD = 14.

Найдите расстояние между хордами.

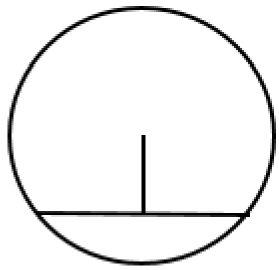
166. а) Две параллельные хорды *AB* и *CD* расположены по одну сторону от центра *O* окружности радиуса 30. *AB* = 36, *CD* = 48. Найдите расстояние между хордами.



б) Две параллельные хорды *AB* и *CD* расположены по одну сторону от центра *O* окружности радиуса 25. *AB* = 14, *CD* = 48. Найдите расстояние между хордами.

в) Две параллельные хорды *AB* и *CD* расположены по одну сторону от центра О окружности радиуса 29. *AB* = 40, *CD* = 42. Найдите расстояние между хордами.

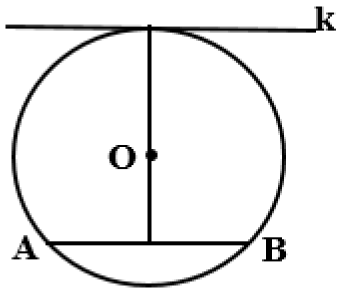
167. а) Длина хорды окружности равна 40, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 48. Найдите диаметр окружности.



б) Длина хорды окружности равна 12, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 8. Найдите диаметр окружности.

в) Длина хорды окружности равна 88, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 33. Найдите диаметр окружности.

168. а) Радиус окружности с центром в точке *O* равен 65, длина хорды *AB* равна 126. Найдите расстояние от хорды *AB* до параллельной ей касательной *k*.



б) Радиус окружности с центром в точке *O* равен 82, длина хорды *AB* равна 36. Найдите расстояние от хорды *AB* до параллельной ей касательной *k*.

в) Радиус окружности с центром в точке *O* равен 90, длина хорды *AB* равна 144. Найдите расстояние от хорды *AB* до параллельной ей касательной *k*.

169. а) Колесо имеет 8 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

б) Колесо имеет 12 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

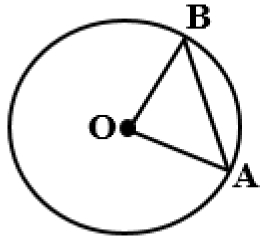
в) Колесо имеет 20 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

170. а) Сколько спиц в колесе, если угол между соседними спицами равен 40°?

б) Сколько спиц в колесе, если угол между соседними спицами равен 15°?

в) Сколько спиц в колесе, если угол между соседними спицами равен 9°?

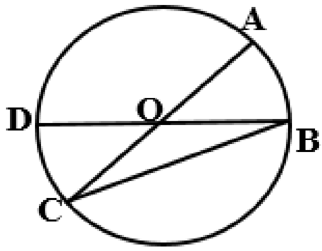
171. а) Центральный угол *AOB* опирается на хорду *AB* длиной 6. При этом угол *OAB* равен 60°. Найдите радиус окружности.



б) Центральный угол *AOB* окружности с радиусом 18 опирается на хорду *AB* длиной 18. Найдите угол *OAB*. Ответ дайте в градусах.

в) Центральный угол *AOB* опирается на хорду *AB* длиной 2,5. При этом угол *OAB* равен 60°. Найдите радиус окружности.

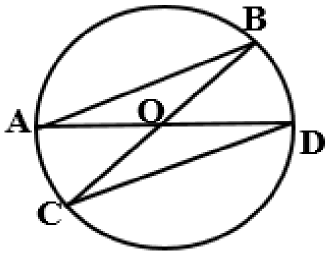
172. а) В окружности с центром *O* *AC* и *BD* — диаметры. Угол *ACB* равен 26°. Найдите угол *AOD*. Ответ дайте в градусах.



б) В окружности с центром *O AC* и *BD* — диаметры. Угол *ACB* равен 40°. Найдите угол *AOD*. Ответ дайте в градусах.

в) В окружности с центром *O AC* и *BD* — диаметры. Угол *ACB* равен 52°. Найдите угол *AOD*. Ответ дайте в градусах.

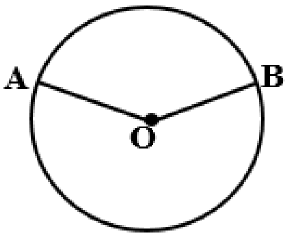
173. а) В окружности с центром в точке *O* проведены диаметры *AD* и *BC*, угол *OCD* равен 30°. Найдите величину угла *OAB*.



б) В окружности с центром в точке *O* проведены диаметры *AD* и *BC*, угол *OCD* равен 6°. Найдите величину угла *OAB*.

в) В окружности с центром в точке *O* проведены диаметры *AD* и *BC*, угол *OCD* равен 43°. Найдите величину угла *OAB*.

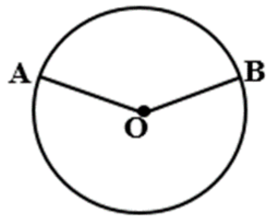
174. а) Точки *A* и *B* делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 9:11. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.



б) Точки *A* и *B* делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 6:9. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.

в) Точки *A* и *B* делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 13:17. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.

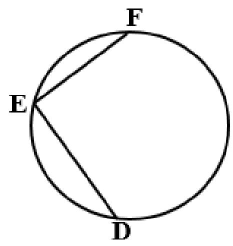
175. а) На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что угол AOB равен 28°. Длина меньшей дуги AB равна 63. Найдите длину большей дуги.



б) На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что угол AOB равен 63°. Длина большей дуги AB равна 132. Найдите длину меньшей дуги.

в) На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что угол AOB равен 45°. Длина меньшей дуги AB равна 56. Найдите длину большей дуги.

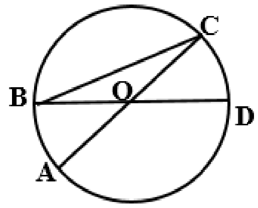
176. а) Найдите $\angle DEF$, если градусные меры дуг DE и EF равны 150° и 68° соответственно.



б) Найдите $\angle DEF$, если градусные меры дуг DE и EF равны 75° и 13° соответственно.

в) Найдите $\angle DEF$, если градусные меры дуг DE и EF равны 47° и 203° соответственно.

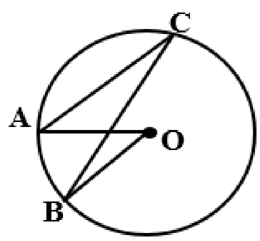
177. а) Величина центрального угла AOD равна 110°. Найдите величину вписанного угла ACB. Ответ дайте в градусах.



б) Величина центрального угла AOD равна 70°. Найдите величину вписанного угла ACB. Ответ дайте в градусах

в) Величина центрального угла AOD равна 140°. Найдите величину вписанного ACB. Ответ дайте в градусах.

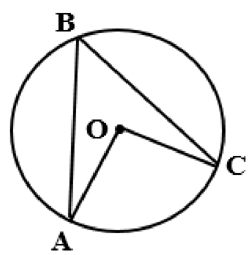
178. а) Точка O — центр окружности, $\angle AOB = 84°$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).



б) Точка O — центр окружности, $\angle AOB = 106°$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

в) Точка O — центр окружности, $\angle AOB = 77°$ (см. рисунок). Найдите величину угла ACB (в градусах).

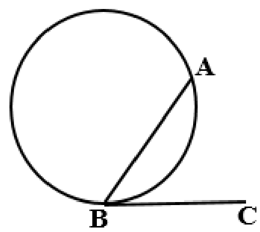
179. а) Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 61°$ и $\angle OAB = 8°$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.



б) Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 103°$ и $\angle OAB = 24°$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.

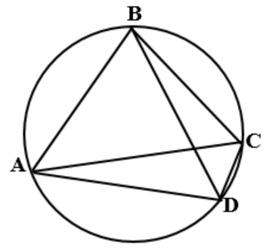
в) Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 47^{O}$ и $\angle OAB = 22^{O}$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.

180. а) На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 92°. Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



б) На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 134°. Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

в). На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 66°. Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

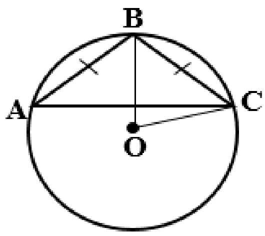


181. а) Точки A, B, C, D последовательно расположены на окружности. Угол ABC равен 70°, угол CAD равен 49°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

б) Точки A, B, C, D последовательно расположены на окружности. Угол ABC равен 105°, угол ABD равен 37°. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

в) Точки A, B, C, D последовательно расположены на окружности. Угол ABC равен 91°, угол CAD равен 27°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

182. а) Вершины равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 177°$, лежат на окружности с центром в точке O. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



б) Вершины равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 80°$, лежат на окружности с центром в точке O. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.

в) Вершины равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 103°$, лежат на окружности с центром в точке O. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.

183. а) Чему равен диаметр окружности, радиус которой равен 3,8 см?

б) Чему равен диаметр окружности, радиус которой равен 7,8 см?

в) Чему равен диаметр окружности, радиус которой равен 8,6 см?

184. а) Найдите длину окружности C, радиус которой равен 1,6 см. (Число π округлите до сотых).

б) Найдите длину окружности C, радиус которой равен 1,7 см. (Число π округлите до сотых).

в) Найдите длину окружности C, радиус которой равен 14 см. (Число π округлите до сотых).

185. а) Найдите длину окружности C, диаметр которой равен 16 см. (Число π округлите до сотых).

б) Найдите длину окружности C, диаметр которой равен 4 см. (Число π округлите до сотых).

в) Найдите длину окружности C, диаметр которой равен 0,8 см.

(Число π округлите до сотых).

186. а) Чему равен диаметр окружности, если ее длина равна 18 м.
(Число π округлите до целых).
б) Чему равен диаметр окружности, если ее длина равна 1,2 м.
(Число π округлите до целых).
в) Чему равен диаметр окружности, если ее длина равна 30 м.
(Число π округлите до целых).

187. а) Чему равен радиус окружности, если ее длина равна 12 м.
(Число π округлите до целых).
б) Чему равен радиус окружности, если ее длина равна 60 м. (Число π округлите до целых).
в) Чему равен радиус окружности, если ее длина равна 0,24 м.
(Число π округлите до целых).

188. а) Найдите площадь круга, если его радиус равен 3 м.
(Число π округлите до целых).
б) Найдите площадь круга, если его радиус равен 0,4 м.
(Число π округлите до целых).
в) Найдите площадь круга, если его радиус равен 50 м.
(Число π округлите до целых).

189. а) Найдите площадь круга, если диаметр круга равен 8 м.
(Число π округлите до целых).
б) Найдите площадь круга, если диаметр круга равен 120 м.
(Число π округлите до целых).
в) Найдите площадь круга, если диаметр круга равен 0,3 м.
(Число π округлите до целых).

190. По краю юбки-солнце нужно пришить кружево. Сколько сантиметров кружева необходимо купить, если радиус круга, из которого шьют юбку, равен 50 см? (π=3,14)

191. Диаметр пруда на садовом участке 4 м. Какова длина каменной дорожки, которую необходимо положить вокруг него? (π=3,14)

192. Радиус клумбы 2 м. Сколько граммов удобрения потребуется внести, если на 1м^2 нужно 20 г? (π=3,14). Ответ округлите до целого числа.
(*Указание: сначала найдите площадь этой клумбы*).

193. Велосипед едет по дороге. За один оборот колесо проезжает 180 см. Найдите диаметр колеса в сантиметрах. Ответ округлите до целого числа. (π=3,14).

194. В парке отдыха построили бассейн для пруда, задумав его в форме идеального круга, радиус которого равен 1 км. Заливая фундамент водой, и, создавая все необходимые условия для его микрофлоры, ответственные за проект решили разместить на нем две лодочные станции, чтобы все желающие могли насладиться прогулками по воде. Их решили расположить в диаметрально противоположных точках. Кроме того, планировщики подумали, что было бы неплохо создать промежуточную станцию на окружности, расстояние от которой до одной из лодочных станций в два раза больше расстояния до другой. Все расстояния рассматриваются по воде. Найдите приближенно большее расстояние от промежуточной станции до лодочной станции в метрах, считая, что $\sqrt{5}$= 2,24. (π=3,14).

***Прочитайте внимательно текст и выполните задания* 195-196**

Рис. 1

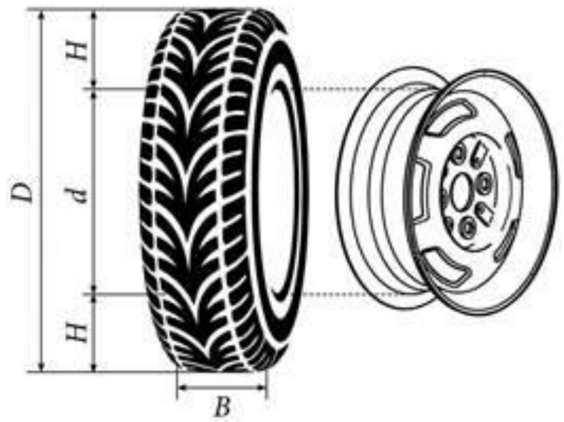


Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр *B* на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр *H* на рисунке 2 к ширине шины, то есть $100\cdot\frac{H}{B}$ Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции. За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса *d* в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины. Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры. Завод производит легковые автомобили определённой модели устанавливает на них колёса с шинами маркировки 175/60 R15.

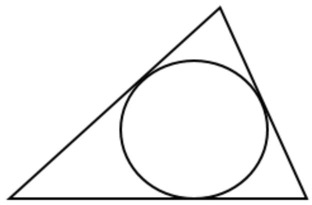
195. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешенные размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	—
175	175/65	175/60	—
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	—	—	205/45

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

196. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

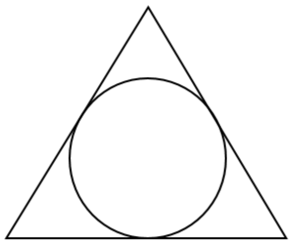
197. а) Периметр треугольника равен 48, одна из сторон равна 18, а радиус вписанной в него окружности равен 3. Найдите площадь этого треугольника.



б) Периметр треугольника равен 71, одна из сторон равна 21, а радиус вписанной в него окружности равен 6. Найдите площадь этого треугольника.

в) Периметр треугольника равен 56, одна из сторон равна 19, а радиус вписанной в него окружности равен 5. Найдите площадь этого треугольника.

198. а) Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

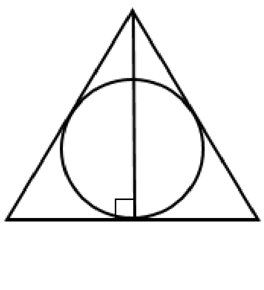


б) Сторона равностороннего треугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

в) Сторона равностороннего треугольника равна $4\sqrt{3}$.

Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

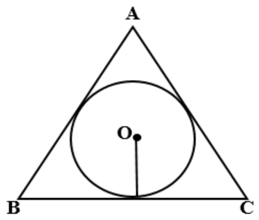
199. а) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 5. Найдите высоту этого треугольника.



б) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 7. Найдите высоту этого треугольника.

в) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 8. Найдите высоту этого треугольника.

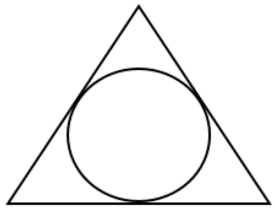
200. а) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $2\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.



б) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $4\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

в) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $6\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

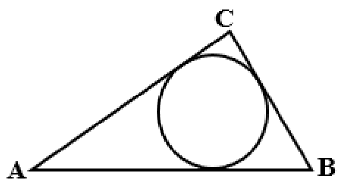
201. а) Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 132.



б) Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 96.

в) Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 15.

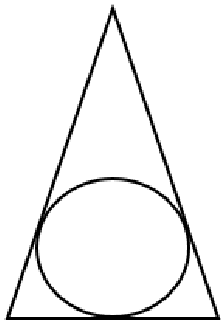
202. а) В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90°. Найдите радиус вписанной окружности.



б) В треугольнике ABC $AC = 12$, $BC = 5$, угол C равен 90°. Найдите радиус вписанной окружности.

в) В треугольнике ABC $AC = 8$, $BC = 6$, угол C равен 90°. Найдите радиус вписанной окружности.

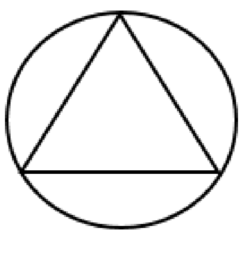
203. а) Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 9 и 1, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



б) Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 15 и 4, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.

в) Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 12 и 1, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.

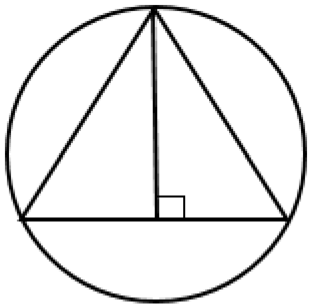
204. а) Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



б) Сторона равностороннего треугольника равна $4\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

в) Сторона равностороннего треугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

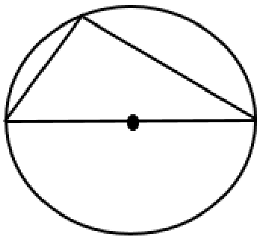
205. а) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.



б) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 10. Найдите высоту этого треугольника.

в) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 8. Найдите высоту этого треугольника.

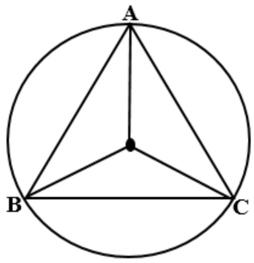
206. а) Через концы диаметра окружности проведены две хорды, пересекающиеся на окружности и равные 12 и 16. Найдите расстояния от центра окружности до этих хорд.



б) Через концы диаметра окружности проведены две хорды, пересекающиеся на окружности и равные 26 и 18. Найдите расстояния от центра окружности до этих хорд.

в) Через концы диаметра окружности проведены две хорды, пересекающиеся на окружности и равные 10 и 22. Найдите расстояния от центра окружности до этих хорд.

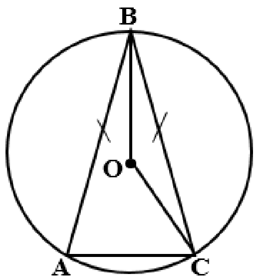
207. а) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $2\sqrt{3}$ Найдите длину стороны этого треугольника.



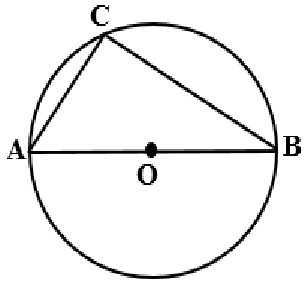
б) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $4\sqrt{3}$ Найдите длину стороны этого треугольника.

в) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $6\sqrt{3}$ Найдите длину стороны этого треугольника.

208. а) Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 66°$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



б) Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 107°$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.



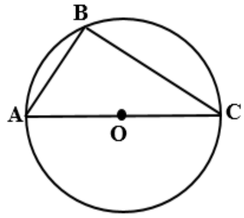
в) Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором $AB=BC$ и $\angle ABC = 34°$. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.

209. а) Центр окружности, описанной около треугольника ABC лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 10. Найдите BC, если $AC = 16$.

б) Центр окружности, описанной около треугольника ABC лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 14,5. Найдите BC, если $AC = 21$.

в) Центр окружности, описанной около треугольника ABC лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 6,5. Найдите BC, если $AC = 12$.

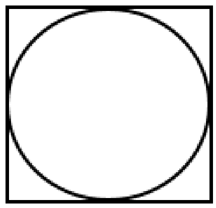
210. а) Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 44°$. Ответ дайте в градусах.



б) Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 58^{O}$. Ответ дайте в градусах.

в) Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 83^{O}$. Ответ дайте в градусах.

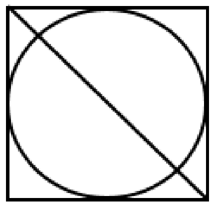
211. а) Сторона квадрата равна 34. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



б) Сторона квадрата равна 46. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

в) Сторона квадрата равна 48. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

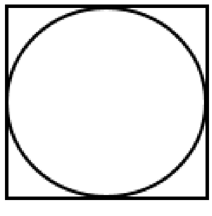
212. а) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $4\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



б) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $6\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

в) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $8\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

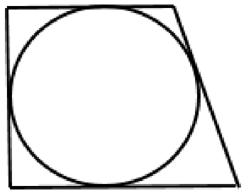
213. а) Окружность радиуса 9 вписана в квадрат. Найдите



б) Окружность радиуса 7,5 вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата.

в) Окружность радиуса 10,5 вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата.

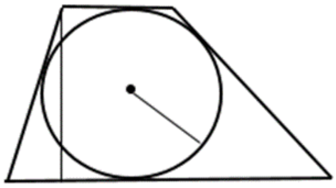
214. а) Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 16. Найдите высоту этой трапеции.



б) Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 10. Найдите меньшую боковую сторону этой трапеции.

в) Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 23. Найдите высоту этой трапеции.

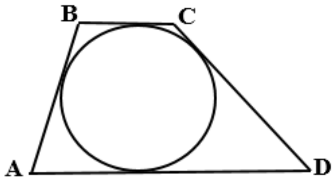
215. а) Высота трапеции равна 24. Найдите радиус окружности, вписанной в эту трапецию.



б) Высота трапеции равна 35. Найдите радиус окружности, вписанной в эту трапецию.

в) Высота трапеции равна 16. Найдите радиус окружности, вписанной в эту трапецию.

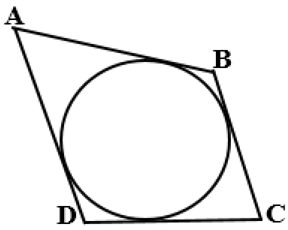
216. а) Трапеция *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* описана около окружности. *AB* = 9, *BC* = 7, *CD* = 11. Найдите *AD*.



б) Трапеция *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* описана около окружности. *AB* = 16, *BC* = 10, *CD* = 13. Найдите *AD*.

в) Трапеция *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* описана около окружности. *AB* = 8, *BC* = 2, *CD* = 15. Найдите *AD*.

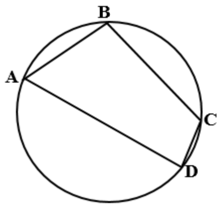
217. а) В четырехугольник *ABCD* вписана окружность, *AB* = 17, *CD* = 22. Найдите периметр четырехугольника.



б) В четырехугольник *ABCD* вписана окружность, *AB* = 35, *CD* = 19. Найдите периметр четырехугольника.

в) В четырехугольник *ABCD* вписана окружность, *AB* = 24, *CD* = 99. Найдите периметр четырехугольника.

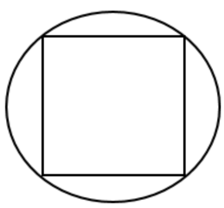
218. а) Угол *A* четырёхугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 82°. Найдите угол *C* этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



б) Угол *A* четырёхугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 48°. Найдите угол *C* этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

в) Угол *A* четырёхугольника *ABCD*, вписанного в окружность, равен 71°. Найдите угол *C* этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

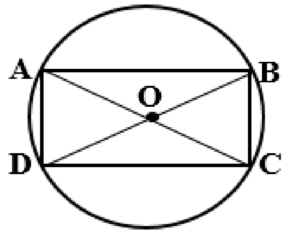
219. а) Сторона квадрата равна $8\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



б) Сторона квадрата равна $12\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

в) Сторона квадрата равна $14\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

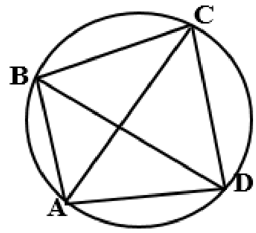
220. а) Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, две стороны которого равны 15 и $5\sqrt{7}$.



б) Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, две стороны которого равны 11 и $\sqrt{135}$.

в) Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, две стороны которого равны 27 и $\sqrt{295}$.

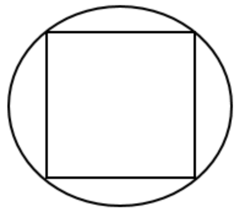
221. а) Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 54°, угол *CAD* равен 41°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.



б) Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 132°, угол *CAD* равен 80°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.

в) Четырехугольник *ABCD* вписан в окружность. Угол *ABC* равен 146°, угол *CAD* равен 53°. Найдите угол *ABD*. Ответ дайте в градусах.

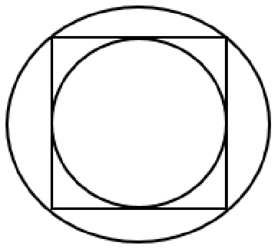
222. а) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $4\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.



б) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $16\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

в) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $14\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

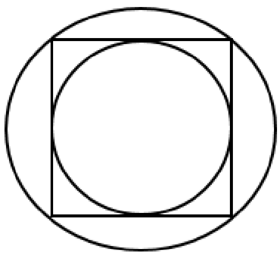
223. а) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $2\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



б) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

в) Радиус вписанной в квадрат окружности равен $6\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

224. а) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $4\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



б) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $6\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

в) Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $14\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Проверочная работа по теме: «Окружность. Круг».

Тренировочный вариант.

Проверяем себя.

Т97. Прямая и окружность имеют две точки пресечения, если расстояние от центра окружности до прямой:

а) Больше радиуса окружности
б) Равно радиусу окружности
в) Меньше радиуса окружности
г) Не меньше радиуса окружности

Т98. Выберите верное утверждение:

а) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, развернутый
б) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, острый
в) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, тупой
г) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, прямой

Т99. Если хорды АВ и МК пересекаются в точке Е, то выполняется равенство:

а) $AE \cdot ME = BE \cdot KE$
б) $AE \cdot BE = ME \cdot KE$
в) $AE \cdot KE = BE \cdot ME$
г) $BE \cdot EK = ME \cdot EA$

Решаем задачи

225. Вписанный угол ABC окружности с центром О равен 59°, определите величину угла AOC. Ответ дайте в градусах.

226. Две точки A и B окружности делят ее на две дуги, равные 58° и 302°. Найдите величину острого угла DAB между касательной AD к окружности и хордой AB. Ответ дайте в градусах.

227. Из одной точки к окружности проведены две секущие. Дуги, высекаемые секущими на окружности, равны 46° и 94°. Найдите угол между секущими. Ответ дайте в градусах.

228. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 9 и 4, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.

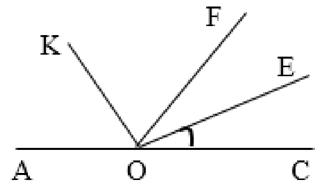
229. Сторона АС треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle C$, если $\angle A = 74°$. Ответ дайте в градусах.

230. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 68, две его стороны равны 19 и 25. Найдите большую из оставшихся сторон.

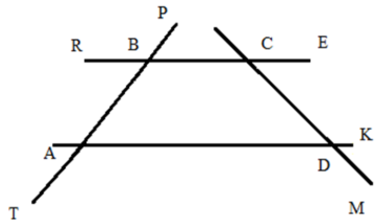
231. Углы A, B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как 3:7:15. Найдите угол D, если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.

Задачи с развернутым ответом

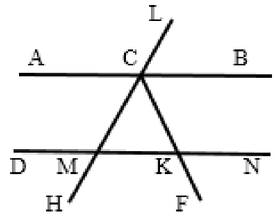
1. Найдите величину угла *AOK*, если *OK* – биссектриса угла *AOF*, *OE* – биссектриса угла *COB*, $\angle COE = 25^0$.



2. При пересечении прямых образованные углы (см рисунок) $\angle ECD$=40°, $\angle MDA$=140°. Найдите $\angle CBA$, если $\angle BAD$ = 80°.



3. *CF* – биссектриса угла *BCM*, $\angle DMH = 40^0$, $\angle ACL = 140^0$. Найдите $\angle NKF$.

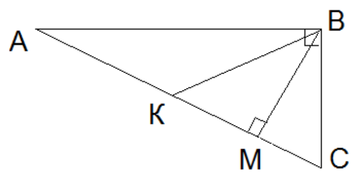


4. В треугольнике *ABC* угол *A* в 2,5 раза больше, чем угол *C* и на 36° меньше угла *B*. Найдите углы треугольника.

5. В треугольнике *ABC AB*=*AC*. Один из углов 40°. Найдите остальные углы треугольника.

6. В треугольнике *ABC* $\angle A : \angle B : \angle C = 3:4:5$. Найдите больший угол треугольника.

7. Острые углы прямоугольного треугольника равны 74° и 16°. Найдите угол между высотой *BM* и медианой *BK*, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



8. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла равен 18^0. Найдите больший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

9. В треугольнике *ABC CH* – высота, *AD* – биссектриса, *O* – точка пересечения прямых *CH* и *AD*, угол *BAD* равен 74^0. Найдите угол *AOC*. Ответ дайте в градусах.

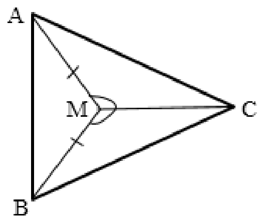
10. В треугольнике *ABE* высота *BP* является медианой. *AP*=13 *см*. Найдите *AB*, если периметр треугольника *ABE* равен 100 см.

11. В треугольнике *ABC* высота *BD* делит сторону *AC* пополам. Найдите градусную меру внешнего угла при вершине *C*, если $\angle ABD = 25^0$.

12. В треугольнике *ABC AB*=*AC BK* – биссектриса, угол *KBC* равен 30°. Найдите угол *BKC*.

13. Периметр равнобедренного треугольника *MNK* равен 80 см, а периметр равностороннего треугольника *DNK* равен 30 см. Найдите длину стороны *MN*.

14. На рисунке $AM = BM, \angle BMC = \angle AMC, \angle ACM = 40^0$. Найдите угол *ABC*.



15. Докажите, что высоты равнобедренного треугольника, проведенные к боковым сторонам, равны.

16. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 37°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

17. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

18. В прямоугольном треугольнике *ABC* из прямого угла *C* провели высоту *CD*. Найдите отрезок *BD*, если *AB*=80 см, BC=40 см.

19. В треугольнике *ABC* известно, что ∠*C*=90°, ∠*A*=60°. Биссектриса угла *A* пересекает катет *BC* в точке *K*. Найдите *BK*, если *AK*-*CK*= 8 см.

20. Стороны тупоугольного треугольника равны 29, 25 и 6. Найдите высоту треугольника, проведенную к меньшей стороне.

21. Стороны треугольника равны 36, 29 и 25. Найдите высоту треугольника, проведенную к большей стороне.

22. Точки *M*, *K*, *N*, *P*- середины сторон *AB* и *CD* и середины диагоналей *AC* и *BD* четырёхугольника *ABCD* соответственно. Найдите сторону *MN* четырёхугольника *ABCD*, если *PK*=10 см.

23. Диагонали четырехугольника равны 2 см и 5 см, а угол между ними равен 42°. Найдите стороны и углы четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

24. В треугольнике ABC биссектрисы углов A и C пересекаются в точке O. Найдите угол AOC, если угол B равен $100°$. Ответ дайте в градусах.

25. В треугольнике DEF биссектрисы углов E и F пересекаются в точке O. Найдите угол EDF, если угол EOF равен $115°$. Ответ дайте в градусах.

26. В треугольнике ABC биссектрисы углов A и B пересекаются в точке O. Найдите угол ACB, если угол AOB равен $130°$. Ответ дайте в градусах.

27. Из точки к прямой проведены две наклонные. Длина одной из них равна 25, а длина ее проекции на эту прямую равна 15. Найдите длину второй наклонной, если она образует с прямой угол $30°$.

28. Из точки к прямой проведены две наклонные. Длина одной из них равна 15, а длина ее проекции на эту прямую равна 12. Найдите длину второй наклонной, если она образует с прямой угол $45°$.

29. Из точки к прямой проведены две наклонные. Одна из них образует с прямой угол $45°$, а ее проекция на эту прямую $11\sqrt{2}$. Найдите длину второй наклонной, если ее проекция на эту прямую равна $\sqrt{82}$.

30. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD. Точка M – середина стороны AD. Докажите, что CM – биссектриса угла BCD.

31. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK=11$, $CK=20$.

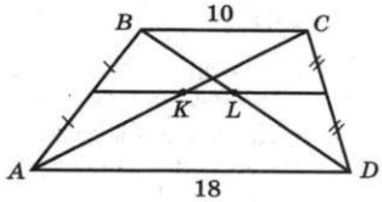
32. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=28$, $CH=7$. Найдите высоту ромба.

33. Периметр ромба равен 16 см, высота равна 2 см. Вычислите углы ромба.

35. В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении 2:1, меньшая его сторона равна 5 см. Найдите диагональ заданного прямоугольника.

36. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана точка M так, что треугольник AMD равносторонний. Найдите величину угла AMB.

37. Диагональ AC квадрата $ABCD$ равна 18,4 дм. Прямая, проходящая через точку A и перпендикулярная к прямой AC, пересекает прямые BC и CD соответственно в точках M и N. Найдите MN.



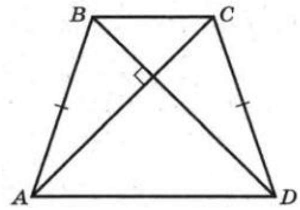
38. Основания *BC* и *AD* трапеции *ABCD* равны 10 и 18 соответственно. Найдите отрезок *KL*, соединяющий середины ее диагоналей.

39. В трапеции *ABCD AD* и *BC* - основания, *AD* > *BC*. На стороне *AD* отмечена точка *K* так, что *KBCD* – параллелограмм. Периметр треугольника *ABK* равен 25, *DK*= 6. Найдите периметр трапеции.

40. Каждое основание *AD* и *BC* трапеции *ABCD* продолжено в обе стороны. Биссектрисы внешних углов *A* и *B* этой трапеции пересекаются в точке *P*, биссектрисы внешних углов *C* и *D* пересекаются в точке *R*. Найдите периметр трапеции *ABCD*, если длина отрезка *PR* равна 24 *см*.

41. В равнобедренной трапеции *ABCD* с большим основанием *AD* диагональ *AC* перпендикулярна к боковой стороне *CD*, $\angle BAC = \angle CAD$. Найдите *AD*, если периметр трапеции равен 20 *см*, а $\angle D = 60°$.

42. В прямоугольной трапеции острый угол и угол, который составляет меньшая диагональ с меньшим основанием, равны 60°. Найдите отношение меньшего основания к большему.



43. Диагонали *AC* и *BD* равнобедренной трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* перпендикулярны. Найдите острый угол трапеции, если угол *ABD* равен 64°.

44. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

45. В параллелограмме ABCD точка E — середина стороны AB. Известно, что EC=ED. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

46. Отрезки *AB* и *CD* являются хордами окружности. Найдите длину хорды *CD*, если *AB*=12, а расстояния от центра окружности до хорд *AB* и *CD* равны соответственно 8 и 6.

47. Отрезки *AB* и *CD* являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды *CD*, если *AB*=30, *CD*=40, а расстояние от центра окружности до хорды *AB* равно 20.

48. Через точку A, находящуюся вне окружности на расстоянии, 7 от её центра, проведена прямая, пересекающая окружность в точках B и C. Найдите радиус окружности, если известно, что AB = 3, BC = 5.

49. Две хорды окружности взаимно перпендикулярны. Докажите, что расстояние от точки их пересечения до центра окружности равно расстоянию между их серединами.

50. Хорды AC и BD взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке M. Известно, что $AM = 3$, $BM = 4$ и $CM = 6$. Найдите хорду CD.

51. В данном круге проведены две равные параллельные хорды, расстояние между которыми равно радиусу данного круга. Найдите острый угол между прямыми, соединяющими концы хорд.

52. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите диаметр окружности, если $AB = 1$, $AC = 5$.

53. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 15, а $AB = 4$.

54. Расстояния от одного конца диаметра до концов параллельной ему хорды равны 13 и 84. Найдите радиус окружности.

55. Из одной точки к окружности проведены две секущие. Дуги, высекаемые секущими на окружности, равны 46° и 94°. Найдите угол между секущими.

56. Найдите длину окружности и площадь круга с радиусом, равным 7 см. (π=3).

57. Вычислите радиус круга, площадь которого равна 12 см^2 (π=3).

58. Длина окружности обода колеса равна 6,3 м. Вычислите диаметр колеса.

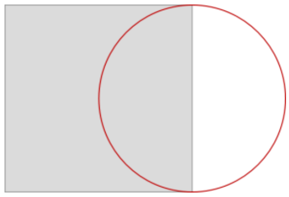
(π округлите до целых).

59. Детская песочница во дворе имеет форму круга диаметром 4 м. Какова ее площадь? (Число π округлите до сотых)

60. Окружность арены цирка имеет длину 40,8 м. Найдите диаметр и площадь этой арены. (π=3).

61. Колесо на расстоянии 390 м сделало 150 оборотов. Найдите диаметр колеса. (π=3,14). Результат запишите в метрах, округлив до сотых.

62. Сторона квадрата равна 16 см. Найдите площадь закрашенной части круга. Число π округлите до целых.



63. Механический одометр (счётчик пройденного пути) для велосипеда — это прибор, который крепится на руле и соединён тросиком с редуктором, установленным на оси переднего колеса. При движении велосипеда спицы колеса вращают редуктор. Это вращение по тросику передаётся счётчику, который показывает пройденное расстояние в километрах. У Олега был велосипед с колёсами диаметром 18 дюймов и с одометром, который был настроен под данный диаметр колеса. Когда Олег вырос, ему купили дорожный велосипед с колёсами диаметром 26 дюймов. Олег переставил одометр со своего старого велосипеда на новый, но не настроил его под диаметр нового колеса велосипеда. В воскресенье он поехал кататься на велосипеде в парк. Когда он вернулся, одометр показал пройденное расстояние — 12,6 км. Какое расстояние на самом деле проехал Олег? Результат запишите в км, округлив до целого числа.

64. Найдите периметр прямоугольного треугольника, если радиус вписанной окружности 2 см, а гипотенуза 13 см.

65. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 2 см, а радиус окружности, проходящей через все вершины треугольника, равен 5 см. Найдите больший катет треугольника.

66. Длина стороны BC треугольника ABC равна 12 см. Около треугольника описана окружность радиуса 10 см. Найдите длины сторон AB и AC треугольника, если известно, что радиус OA окружности делит сторону BC на два равных отрезка.

67. Точка H является основанием высоты BH, проведенной из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC. Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH, если $PK = 13$.

68. Около окружности описана равнобокая трапеция с основаниями 5 и 3. Найдите радиус окружности.

69. В равнобедренный треугольник ABC вписана окружность. Параллельно его основанию AC проведена касательная к окружности, пересекающая боковые стороны в точках D и E. Найдите радиус окружности, если $DE = 8$, $AC = 18$.

70. В четырёхугольнике $ABCD$ углы B и D — прямые. Диагональ AC образует со стороной AB острый угол в 40°, а со стороной AD - угол в 30°. Найдите острый угол между диагоналями AC и BD.

71. Найдите углы вписанного в окружность четырехугольника, если три угла (в последовательном порядке) относятся как 4:7:6. В ответе укажите больший из них в градусах.

Исторические сведения.

«Первые понятия и теоремы»

Возникновение первых геометрических понятий непосредственно связано с повседневной жизнью человека: с измерением полей, строительством жилых зданий и амбаров, с изготовлением и украшением предметов быта.

Уже в далекой древности скребки и ножи изготовлялись в форме ромбов, треугольников, сегментов. Поля обычно имели форму прямоугольника. При строительстве домов и измерений земель выработался ряд правил для обращения с прямыми линиями. Во многих странах людей, которые занимались разделом земли на участке, называли натягивателями веревки. Большинство геометрических терминов произошло от греческих слов, означающих названия конкретных предметов. Так термин «куб» произошел от греческого слова, означающего игральную кость. Термин введен пифагорейцами, затем он встречается у Евклида.

Слово «центр» означало палку с заостренным концом, которой погоняли быков; позднее оно обозначало ножку циркуля, помещенного в центр описываемой окружности.

Термин «ромб» происходит от греческого «бубен», а «трапеция» - от слова «столик».

Термин «точка» происходит от греческого глагола «ткнуть».

В Древнем Египте еще не было терминов «фигура», «сторона фигуры». Использовались слова «поле», «границы поля», «длина» и «ширина» поля. Греческий историк Геродот указывал, что развитие геометрии в Древнем Египте связано с необходимостью после каждого разлива Нила заново распределять поля между их владельцами.

В египетских текстах нет никаких сведений о теореме, которую мы сейчас называем теоремой Пифагора. Однако греческие ученые, побывавшие в Египте, сообщали о том, что там имеется правило для построения прямого угла. Использовалась веревка, разделенная на 12 равных частей. Ее натягивали в виде треугольника со сторонами 3, 4, 5.

Вавилонская геометрия, так же, как и египетская, теснейшим образом связана с практикой. Она использовалась при межевании земель, строительстве домов, плотин, каналов, возведении насыпей. Сохранились планы земельных участков, имеющих форму треугольников, прямоугольников, трапеций.

Итак, геометрия древнейших цивилизаций была тесно связана с практикой. Правила устанавливались интуитивно, многие из них были приближенными. Никаких следов рассуждений и доказательств не обнаружено.

Совершенно иначе выглядела геометрия Древней Греции. Она превратилась в науку, основанную на строгих доказательствах. Усвоив все конкретные знания, полученные в Египте и Вавилоне, греки решительным образом порвали с прагматизмом ученых Востока. Они выдвинули на первое место строгость логического построения, изящество и точность доказательств.

Начало греческой науки положила школа натурфилософии. Ее основатель Фалес доказал, что диаметр делит круг пополам, доказал теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника, теорему о равенстве вертикальных углов, а также теорему о равенстве треугольников по стороне и двум прилежащим углам.

«Треугольник»

Первое упоминание о треугольнике и его свойствах мы находим в египетских папирусах, которым более 4000 лет. Через 2000 лет в древней Греции. Древние рисовали треугольники. В древнем искусстве очень широко распространяются изображения равностороннего треугольника и ромба. Первобытные люди штамповали треугольники и ромбы на разных изделиях. Вожди племен североамериканских индейцев носили на груди символ власти: равносторонний треугольник с точкой в центре, в Африке женщины туарегов также украшают себя большими пластинами из равносторонних треугольников. Равносторонние треугольники рисовали - на изображениях священных животных. Также треугольники могут образовать различные символы. Два треугольника, лежащие горизонтально и соприкасающиеся вершинам, - это лунный символ, растущая и убывающая Луна. У алхимиков два треугольника - сущность и субстанция. Треугольники, символизирующие стихии, таковы: огонь (обращенный вершиной вверх), воду (обращенный вершиной вниз), воздух (обращенный усеченной вершиной вверх), землю (обращенный усеченной вершиной вниз). Два смыкающихся треугольника - союз противоположностей, которые становятся «жидким огнем» или «огненной водой».

Крупнейший древнегреческий историк Геродот (V век до нашей эры) оставил описание того, как египтяне после каждого разлива Нила заново размечали плодородные участки его берегов, с которых ушла вода. С этого и началась геометрия – "землемерие" (от греческого "гео" – "земля" и "метрео" "измеряю").

Древние землемеры выполняли геометрические построения, измеряли длины и площади. Астрологи рассчитывали расположение небесных светил – все это требовало весьма обширных познаний о свойствах плоских и пространственных фигур, и в первую очередь о треугольнике. Изображение треугольников и задачи на треугольники встречаются в египетских папирусах, которым более 4000 лет, в старинных индийских книгах и других древних документах. Уже тогда была известна теорема, получившая впоследствии название теоремы Пифагора, которая применялась для построения прямых углов на местности с помощью веревочного треугольника со сторонами 3, 4, 5 (египетский треугольник).

Известны такие древнегреческие ученые, как Архимед, Пифагор, Фалес. Учение о треугольнике развивалось в ионийской школе, основанной в VII веке до нашей эры Фалесом, затем в школе Пифагора. Древние греки решили упорядочить накопленные сведения о треугольнике и написали много трудов. Наиболее совершенной оказалась работа Евклида "Начала"(365-300 до н.э.).

«Теорема Пифагора»

Пифагор родился в Греции на острове Самос в 576 г.до н.э. Этот остров расположен в Эгейском море. Его учителем был знаменитый ученый того времени - Фалес. Пифагор был очень талантливым учеником, и Фалес понял, что он пойдёт дальше своего учителя. Фалес посоветовал ему отправиться в Египет. Пифагор много времени посвятил путешествию по Восточным странам.

В Египте он прожил и набирался мудрости 22 года. Его судьба была не простой. Во время военных походов он был взят в плен и продан в рабство в Вавилон, где прожил больше 10 лет. Потом Пифагор обосновался в Италии.

Интересен факт, что если соединить города где родился (Греция), набирался опыта (Египет) и жил (Италия) Пифагор, отрезками, то на карте получится прямоугольный треугольник.

В те далекие времена зарождались олимпийские игры. Известно, что Пифагор четыре раза был Олимпийским чемпионом. Он был настоящий задира и драчун, и судьи первой в истории олимпиады не хотели допускать его к соревнованиям по кулачному бою. Но он хитростью пробился на состязания и победил всех противников.

Пифагор – это не имя, а прозвище, которое ему дали за то, что он высказывал истину и был великолепным оратором.

Пифагор был из достаточно обеспеченной семьи и на свои деньги организовал собственную школу. Туда брали далеко не всех, а принимали с большими церемониями и после долгих испытаний. Новички могли только из далека слушать голос учителя, видеть же его самого разрешалось только после нескольких лет очищения музыкой и аскетической жизнью. Обучение в школе было двухступенчатое: одних учеников называли «математиками», то есть познавателями, а других – «акусматиками», то есть слушателями. Математики - те, кто изучал суть науки, акусматики – те, кто прослушивал общие сведения из различных наук.

Акусматики обучались на первой ступени в школе Пифагора. Наиболее одаренные и исполнительные из них переводились в математики. Только тогда им разрешалось видеть учителя и вести с ним научные споры и разговоры.

В Пифагорейской школе много внимания уделялось таким наукам, как: музыка, живопись, арифметика, геометрия, астрономия и физическое развитие.

В школе Пифагора была очень строгая дисциплина. Все ученики обязаны были соблюдать целый ряд заповедей. Вот некоторые из них, которые вполне подходят и нам, современным людям:

- Делай то, что впоследствии не огорчит тебя и не принудит раскаиваться
- Не делай никогда того, что не знаешь, но научись всему, что следует знать.
- Не пренебрегай здоровьем своего тела.

Пифагорейцы узнавали друг друга по знаку, который называется пентаграмма (звездчатый пятиугольник. Они верили, что в числовых закономерностях спрятаны великие тайны мира. Пентаграмма считалась в школе Пифагора символом дружбы, была чем-то вроде талисмана, который дарили друзьям; тайным знаком, по которому пифагорейцы узнавали друг друга.

Существует легенда о том, что один из пифагорейцев заболел и больным попал в дом к совсем незнакомым людям. Они старались его вылечить как могли, но болезнь не отступала. Он не мог заплатить им за заботу, и перед смертью попросил их нарисовать на воротах дома пентаграмму, объяснив, что по этому знаку найдутся люди, которые отблагодарят их. И на самом деле, через некоторое время, один из пифагорейцев поинтересовался почему у них этот знак, и услышав рассказ, щедро наградил их.

С Теоремой Пифагора связана известная арифметическая задача: найти натуральные числа, удовлетворяющие уравнению $а^2 + в^2 = с^2$. Такие числа называются Пифагоровыми тройками.

Применение этой задачи было известно в глубокой древности: в древнем Египте, треугольник со сторонами 3, 4, 5 использовали при разметке прямоугольных земельных участков и при строительстве великий Египетских пирамид.

Сохранилась легенда, согласно которой, доказав свою знаменитую теорему, Пифагор от восторга принёс богам в жертву 100 быков.

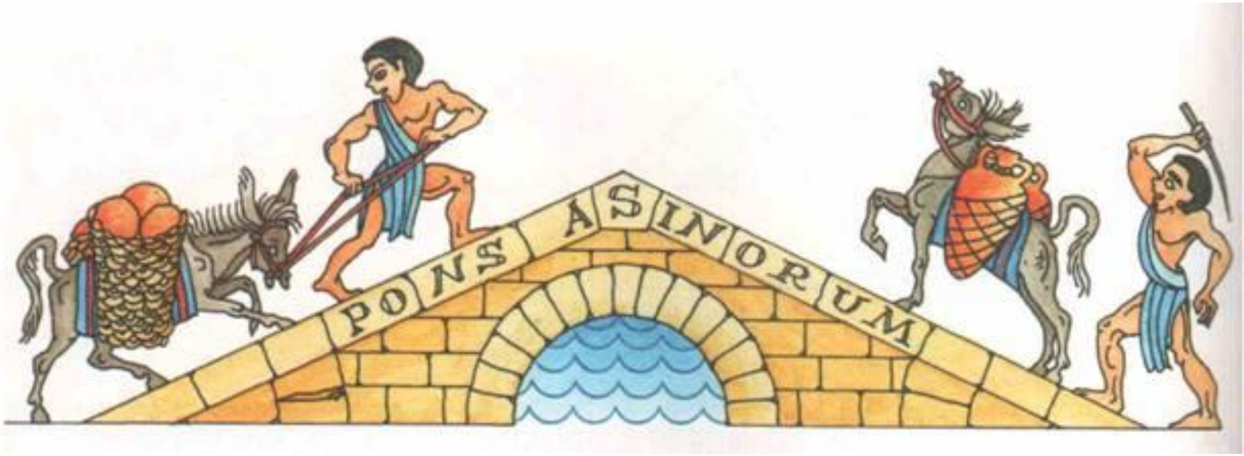
Смерть Пифагора тоже окружена красивыми и не однозначными легендами. По одной из них, дом в городе Кротоне, где Пифагор тайно собирался со своими учениками, был специально подожжен недоброжелателями. Преданные друзья бросились в огонь и проложили в нем дорогу учителю, чтобы он мог выйти из огня. Друзья погибли, а сам Пифагор, будучи спасенным такой дорогой ценой, так затосковал, что лишил себя жизни. Умер Пифагор около 500 г. до н. э.

После смерти учителя его школа продолжала существовать и действовать еще в течение нескольких сот лет.

«Равнобедренный треугольник»

Основное свойство равнобедренного треугольника было сформулировано в одной из первых теорем «Начал» Евклида. Кстати, доказательство этой теоремы приписывают Фалесу Милетскому, жившему за 2 века до Евклида. Фалес доказал равенство углов при основании равнобедренного треугольник*а*.

А рассуждал он так: равнобедренный треугольник симметричен относительно биссектрисы угла при вершине, а значит, при перегибании чертежа по биссектрисе углы при основании совпадут. Впоследствии теорема получила название **Pons Asinorum,** что на латыни означает «мост ослов». Объясняют такое название, с одной стороны, тем, что чертеж, использованный Евклидом для ее доказательства, напоминает мостик, а с другой стороны, – мнением, будто только ослы не могут это мост перейти.



Впрочем, в современно английском языке латинское выражение Pons Asinorum, употребляется в несколько ином смысле – как «*Суровое испытание способностей неопытного человека».*

«Прямоугольный треугольник»

Прямоугольный треугольник занимает почётное место в вавилонской геометрии, упоминание о нём часто встречается в папирусе Ахмеса. Евклид употребляет выражения: «стороны, заключающие прямой угол», - для катетов; «сторона, стягивающая прямой угол», - для гипотенузы.

Термин гипотенуза происходит от греческого hypoteinsa, означающего тянущаяся под чем либо, стягивающая. Слово берёт начало от образа древнеегипетских арф, на которых струны натягивались на концы двух взаимно перпендикулярных подставок.

Термин катет происходит от греческого слова «катетос», которое означало отвес, перпендикуляр. В средние века словом «катет» означали высоту прямоугольного треугольника. В XVII веке слово катет начинает применяться в современном смысле и широко распространяется, начиная с XVIII века.

«Параллелограмм»

Термин «параллелограмм» греческого происхождения и, согласно Проклу, был введен Евклидом. Понятие параллелограмма и некоторые его свойства были известны еще пифагорейцам. В «Началах» Евклида доказывается следующая теорема: в параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны, а диагональ разделяет его пополам. Евклид не упоминает о том, что точка пересечения диагоналей параллелограмма делит их пополам. Полная теория параллелограммов была разработана к концу средних веков и появились в учебниках лишь в XVII веке. Термин «диагональ» происходит от сочетания двух греческих слов «диа» (через) и «гониос» (угол), т.е. прямая, проходящая через вершины углов. Само же понятие *параллелограмм* от греч. Parallelos – параллельный и gramme – линия. Поэтому слово «параллелограмм» можно перевести как «параллельные линии».

Интересные факты Снимок галактики Centaurus A, сделанный инфракрасным космическим телескопом Spitzer. С его помощью впервые удалось определить структуру пылевого облака в центре галактики. Оказалось, что оно имеет форму параллелограмма.

«Ромб»

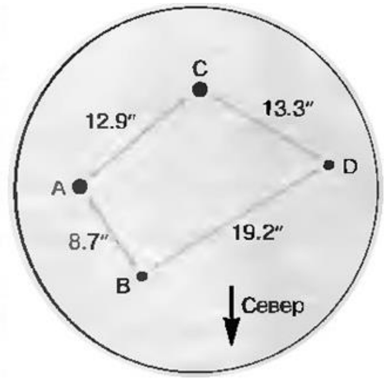
Термин «ромб» происходит от др.-греч. ῥόμβος — «бубен». Если сейчас бубны в основном делают круглой формы, то раньше их делали как раз в форме квадрата или ромба. Поэтому название карточной масти бубны, знаки которой имеют ромбическую форму, происходит ещё с тех времён, когда бубны не были круглыми.

«Квадрат»

Термин «квадрата» происходит от латинского quadratum (quadrare - сделать четырехугольным), перевод с греческого “тетрагонон” - четырехугольник. Квадрат известен во многих древних культурах. Многие исследователи считают, что квадрат – это попытка человека противопоставить организованность и порядок вселенскому хаосу. Как геометрическая фигура, квадрат связан с числом четыре и имеет ряд символических толкований таких, как порядок, мудрость. Он символизировал четыре стороны света, четыре времени года, четыре человеческих возраста. У индийцев квадрат – основной символ, являющийся стандартом пропорции и идеалом для оценки человека. В греко-римской традиции квадрат являлся символом Афродиты как женской плодородной силы. У пифагорейцев квадрат символизирует душу. У римлян был специальный термин для гармоничного человека, Homo quadratus – человек квадратный, человек гармоничный.

Многие свойства чисел и законов с ними в древности связывали с особыми фигурами, такими, например, как магический квадрат. Магический, или волшебный квадрат – это квадратная таблица, заполненная числами, таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова. Первые упоминания о магических квадратах были у древних китайцев. Европейцев с удивительными числовыми квадратами познакомил византийский писатель и языковед Мосхопулос. Его работа была первым специальным сочинением на эту тему и содержала примеры магических квадратов разного порядка, составленных самим автором. В Средневековой Европе, как и на Востоке, магическим квадратам часто приписывали различные магические свойства, поэтому не удивительно, что они пользовались особой популярностью у прорицателей, астрологов и врачевателей. Такие игры как судоку, крестики-нолики, шахматы, шашки, морской бой, пятнашки, кубик Рубик и другие игры основаны на квадратах.

«Трапеция»



«Трапеция» – слово греческого происхождения, означавшее в древности «столик» (по-гречески «трапедзион» означает столик, обеденный стол). «Трапеция» в нашем смысле встречается впервые у древнегреческого математика Посейдона. В средние века трапецией называли, по Евклиду, любой четырёхугольник (не параллелограмм); лишь в XVIII в. это слово приобретает современный смысл.

Созвездие Орион (звезды образуют трапецию).

В биологии используется геометрическая фигура трапеция: мышца спины; трапециевидная кость.

«Окружность»

В Древней Греции многие свойства фигур, в том числе круга и окружности были сформулированы в виде теорем и доказаны. Наиболее удачно была изложена геометрия, как наука о свойствах геометрических фигур, греческим ученым Евклидом (III в. до н. э.) в своих книгах “Начала”. В Древней Греции круг и окружность считали венцом совершенства. “В каждой своей точке окружность устроена одинаковым образом, что позволяет ей двигаться самой по себе”. Это свойство окружности стало толчком к возникновению колеса. Колесо – это чудо! Что же в нём особенного? – подумаете вы. Но это только на первый взгляд. Представьте себе на секунду, что вдруг случилась беда: на Земле исчезли все колёса! Если остановится колесо, то остановится колесо Истории. Остановятся все виды транспорта, остановятся все часы и механизмы, фабрики и заводы. Не произойдет движения вперед.

Самые первые колеса были сделаны в Месопотамии (ныне Ирак) в 3500-3000 гг. до н. э. и представляли собой гончарный круг и тележное колесо.

Круг и окружность – одни из самых древнейших геометрических фигур, философы древности придавали им большое значение. Круг – воплощение нескончаемого Времени и Пространства, символ всего сущего, Вселенной. “Из всех фигур прекраснейшая – круг”, – считал Пифагор. Круг – “циркулус” – латинское слово, от него же и “циркуль”, без которого бы мы не построили круг. *Радиус окружности* – это отрезок, соединяющий центр окружности с любой ее точкой (по-латыни – *спица колеса)*. *Диаметр окружности* – это хорда, проходящая через центр окружности (с греческого – “поперечник”). *Хорда окружности – отрезок, соединяющий любые две точки на окружности (*с греческого– “струна”).

«История числа π»

История числа π, выражающего отношение длины окружности к её диаметру, началась в Древнем Египте. Площадь круга диаметром **d** египетские математики определяли как $\left(d-\frac{d}{9}\right)^2$ (эта запись дана здесь в современных символах). Из приведенного выражения можно заключить, что в то время число π считали равным дроби $\left(\frac{16}{9}\right)^2$, или $\frac{256}{81}$, т.е. р = **3,160.**

В священной книге джайнизма (одной из древнейших религий, существовавших в Индии и возникшей в VI в. до н.э.) имеется указание, из которого следует, что число П в то время принимали как дробь **3,162...**

Древние греки Евдокс, Гиппократ и другие измерение окружности сводили к построению отрезка, а измерение круга – к построению равновеликого квадрата. Следует заметить, что на протяжении многих столетий математики разных стран и народов пытались выразить отношение длины окружности к диаметру рациональным числом.

Архимед в III в. до н.э. обосновал в своей небольшой работе "Измерение круга" три положения:

1. Всякий круг равновелик прямоугольному треугольнику, катеты которого соответственно равны длине окружности и её радиусу.

2. Площади круга относятся к квадрату, построенному на диаметре, как 11 к 14.

3. Отношение любой окружности к её диаметру меньше $3\frac{1}{7}$ и больше $3\frac{10}{71}$. Сделать в формулах дроби

Последнее предложение Архимед обосновал последовательным вычислением периметров правильных вписанных и описанных многоугольников при удвоении числа их сторон. Сначала он удвоил число сторон правильных описанного и вписанного шестиугольников, затем двенадцатиугольников и т.д., доведя вычисления до периметров правильного вписанного и описанного многоугольников с 96 сторонами. По точным расчётам Архимеда отношение окружности к диаметру заключено между числами $3\frac{10}{71}$и $3\frac{1}{7}$, а это означает, что π =3,1419... Истинное значение этого отношения 3,1415922653.

В V в. до н.э. китайским математиком Цзу Чунчжи было найдено более точное значение этого числа: 3,1415927...

Впервой половине XV в. Обсерватории Улугбека, возле Самарканда, астроном и математик Ал-Каши вычислил П с 16 десятичными знаками. Он сделал 27 удвоений числа сторон многоугольников и дошёл до многоугольника, имеющего 3*228 углов. Ал-Каши произвёл уникальные расчёты, которые были нужны для составления таблицы синусов с шагом в 1'. Эти таблицы сыграли важную роль в астрономии.

Спустя полтора столетия в Европе Ф.Виет нашёл число π только с 9 правильными десятичными знаками, сделав 16 удвоений числа сторон многоугольников. Но при этом Ф.Виет первым заметил, что П можно отыскать, используя пределы некоторых рядов. Это открытие имело большое значение, так как позволило вычислить π с какой угодно точностью. Только через 250 лет после Ал-Каши его результат был превзойдён.

Первым ввёл обозначение отношения длины окружности к диаметру современным символом П английский математик У. Джонсон в 1706 г. В качестве символа он взял первую букву греческого слова "periferia", что в переводе означает "окружность". Введённое У. Джонсоном обозначение стало общеупотребительным после опубликования работ Л. Эйлера, который воспользовался введённым символом впервые в 1736 г.

В конце XVIII в. А.М. Лажандр на основе работ И.Г. Ламберта доказал, что число π иррационально. Затем немецкий математик Ф. Линдеман, опираясь на исследования Ш.Эрмита, нашёл строгое доказательство того, что это число не только иррационально, но и трансцендентно, т.е. не может быть корнем алгебраического уравнения. Из последнего следует, что с помощью только циркуля и линейки построить отрезок, равный по длине окружности, невозможно, а следовательно, не существует решения задачи о квадратуре круга.

Поиски точного выражения П продолжались и после работ Ф. Виета. В начале XVII в. голландский математик из Кёльна Лудольф ван Цейлен (1540-1610) нашёл 32 правильных знака. С тех пор (год публикации 1615) значение числа П с 32 десятичными знаками получило название числа Лудольфа.

К концу XIX в., после 20 лет упорного труда, англичанин Вильям Шенкс нашёл 707 знаков числа П. Однако в 1945 г. обнаружено с помощью ЭВМ, что Шенкс в своих вычислениях допустил ошибку в 520-м знаке и дальнейшие его вычисления оказались неверными.

После разработки методов дифференциального и интегрального исчисления было найдено много формул, которые содержат число π.

Список использованных источников.

Литература

1. Атанасян Л.С. Геометрия, 7-9: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – 18-е изд. – М.: Просвещение, 2019. – 384 с.
2. Геометрия. 9-й класс. Рабочая тетрадь для тренировки и мониторинга: учебно-методическое пособие / Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион, 2014. – 160 с. – (Готовимся к ГИА)
3. Геометрия: 7 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений /А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, М.: «Вентана-Граф», серия «Алгоритм успеха», 2019.
4. Геометрия: 8 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений /А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, М.: «Вентана-Граф», серия «Алгоритм успеха», 2019.
5. Геометрия: 7-9 классы: учебник для общеобразовательных организаций. А.В. Погорелов. М: «Просвещение», 2018.
6. Зив Б.Г. Геометрия. Дидактические материалы. 8 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций/Б. Г. Зив, В. М. Мейлер. – 19 -е изд. М.: Просвещение, 2017. - 159 с.
7. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезания. М.: МЦНМО,2002-120с.: ил. Серия: «Секреты преподавания математики».
8. Наглядная геометрия. 5-6 кл,: учебник/Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н.- М.: Дрофа, 2017.
9. ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: О-39 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко - М: Национальное образование, 2018. – 240 с. – (ОГЭ. ФИПИ - школе).
10. ОГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания части 1 / И.В. Ященко, Л.О. Рослова, Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, А.С. Трепалин, П.И. Захаров, В.А. Смирнов, И.Р. Высоцкий; под ред. И.В. Ященко. М.: Издательство «Экзамен», МЦНМО, 2020. – 526 с. (Серия «ОГЭ. Банк заданий»).
11. Перельман Я. Веселые задачи. — СПб.: «Издательство «Пальмира»; М.: «Книга по Требованию», 2017. — 233 с.
12. Смирнова И. Паркеты / И. Смирнова, В. Смирнов. – М.: Чистые пруды, 2009. 32с. : ил. – (Библиотечка «Первого сентября», серия «Математика». Вып. 25).
13. Страницы истории на уроках математики: кн. для учителя / А.В. Дорофеева. М. : Просвещение, 2007. – 96с. : ил. – (Библиотека учителя). – ISBN 5-09-014783-3.
14. Ященко И.В. Я сдам ОГЭ! Математика. Типовые задания: учебное пособие для общеобразовательных организаций: в 2-х ч. Ч.2. Геометрия / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. - М.: Просвещение, 2018. – 202 с.

15. Ященко И.В. ОГЭ 2021. Математика. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ОГЭ / И.Р. Высоцкий, Л.О. Рослова, Л.В. Кузнецова, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурн, С.А. Шестаков, Р.К. Гордин, А.С. Трепалин, А.В. Семенов, П.И. Захаров, под ред. И.В. Ященко. М.: Издательство «Экзамен», 2021. – 279.
16. Ященко И.В. Я сдам ОГЭ! Математика. Курс самоподготовки. Технология решения заданий: учеб. пособие для общеобразоват. организаций /И. А. Ященко, С. А. Шестаков. -М.: Просвещение, 2018. – 128 с.
17. Ященко И.В., Шестаков С.А. ОГЭ по математике от А до Я. Задачи по геометрии. 2020 год. М.: МЦНМО, 2020. – 120 с.

Интернет-ресурсы

1. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» Открытый банк заданий ОГЭ по математике https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2
2. ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования» образцы и описания проверочных работ для проведения ВПР в 2021 году https://fioco.ru.
3. http://geobaza.blogspot.com/p/blog-page_1.html
4. https://infourok.ru/istoriya-vozniknoveniya-i-razvitiya-geometricheskihponyatiy-krug-i-okruzhnost-2000349.html
5. http://www.myshared.ru/slide/89242/
6. http://www.rusnauka.com/40_DWS_2017/Istoria/3_229886.doc.htm
7. https://infourok.ru/interesnie-fakti-o-rombe-2151585.html
8. http://900igr.net/prezentacija/geometrija/proekt-po-teme-chetyrjokhugolniki-225653/termin-diagonal-proiskhodit-ot-sochetanija-dvukh-grecheskikh-slov-dia-10.html
9. http://www.myshared.ru/slide/554815/
10. https://infourok.ru/chto_my_znaem_ob_istorii_treugolnika-544877.htm
11. https://urok.1sept.ru/articles/615879