

Муниципальное казённое учреждение «Центр развития образования» Муниципального образования город Горячий Ключ



СБОРНИК ЗАДАНИЙ и ОТВЕТОВ

для подготовки к олимпиаде ПО МАТЕМАТИКЕ, ИНФОРМАТИКЕ, ФИЗИКЕ И АСТРОНОМИИ

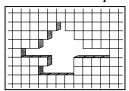
ВЫПУСК 4

г. Горячий Ключ 2019

В сборнике опубликованы задания для подготовки обучающихся к школьному этапу всероссийской олимпиады школьников по математике, информатике, физике и астрономии. Рекомендуем учащимся 4-11 классов выполнить предложенные задания и ознакомиться с правильными ответами.

Межпредметная олимпиада (математика, физика информатика, астрономия) 5-8 класс, задания

- **1.** Когда (число, месяц, год) и в какой стране был запущен первый искусственный спутник Земли?
- **2.** Что такое «солнечная активность»?
- 3. Объясните, в чем разница между планетой и кометой.
- **4.** Опишите вид звездного неба сегодня вечером (скажем, в 9-10 часов вечера) при условии хорошей погоды.
- 5. Турист, путешествуя (особо не торопясь) по экватору Земли, может обойти Землю за 4 года. А сколько времени потребовалось бы ему, чтобы такими же темпами добраться от Земли до Луны? А до Солнца? Диаметр Земли равен 12 800 км, расстояние от Земли до Луны $-384\,000$ км, до Солнца $-150\,000\,000$ км.
- **6.** Расположите первые четыре планеты Солнечной системы в порядке удаления от Солнца.
- 7. Что такое «эклиптика»?
- 8. Какие из приведенных ниже названий являются созвездиями: Орион, Ариадна, Полярная, Динозавр, Ворона, Лиса, Ящерица, Микроскоп, Телевизор, Большой Лев, Малый Лев, Большой Кот, Пес.
- **9.** Какая звезда ярче: восьмой звездной величины или десятой звездной величины? Объясните, почему.
- **10.** Объясните, в чем разница между «падающей звездой» и «хвостатой звездой».
- **11.** Впишите в каждый квадратик одну и ту же цифру, чтобы получилось верное равенство: $\Box + \Box + \Box + \Box = \Box \times \Box$.
- 12. Сколько кирпичей не хватает в стене, изображённой на рисунке?



- 13. Жучка тяжелее кошки в 3 раза, мышка легче кошки в 10 раз, репка тяжелее мышки в 60 раз. Во сколько раз репка тяжелее Жучки? Ответ обоснуйте.
- **14.** Отметьте на одной прямой четыре точки A, B, C, D так, чтобы расстояние между точками A и B было равно 10 см, между A и C-3 см, между B и D-5 см, а между D и C-8 см.

- **15.** Каждому из двух муравьёв, Толстому и Тонкому, нужно перенести по 150 г груза из точки А (где они сейчас находятся) в точку В. Расстояние между точками 15 м. Толстый муравей ползёт со скоростью 3 м/мин, но может унести 5 г груза, Тонкий со скоростью 5 м/мин, но может унести лишь 3 г груза. Кто из них быстрее доставит весь свой груз в точку В? Скорость муравья с грузом не отличается от скорости муравья без груза.
- **16.** В примере на сложение $\Box + \triangle + \Box = \Box$ впишите одну и ту же цифру в каждый квадратик и другую цифру в треугольник так, чтобы пример получился верным.
- **17.** На первой остановке в пустой автобус вошло 18 пассажиров. Потом на каждой остановке выходило 4 человека, а входило 6 человек. Сколько пассажиров ехало в автобусе между четвёртой и пятой остановками?
- **18.** Три лисы: Алиса, Лариса и Инесса разговаривали на полянке. Лариса: «Алиса не самая хитрая». Алиса: «Я хитрее Ларисы». Инесса: «Алиса хитрее меня». Известно, что самая хитрая лиса солгала, остальные сказали правду.
 - а) Может ли самой хитрой лисой быть Алиса? Почему?
- б) Какая лиса самая хитрая? Дайте ответ и объясните, почему другие варианты не подходят.
- **19.** Как из 13 прямоугольников размерами 1×1 , 2×1 , 3×1 , ..., 13×1 составить прямоугольник, у которого все стороны больше 1?
- **20.** Гравировщик делает таблички с буквами. Одни и те же буквы он гравирует за одинаковое время, разные возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» вместе он потратил 50 минут, а одну табличку «В ДЫМОХОД» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД»?
- **21.** Расставьте скобки, чтобы равенство стало верным: 0.5+0.5:0.5+0.5:0.5=5.
- **22.** Три медвежонка делили три кусочка сыра массой 10 г, 12 г и 15 г. Лиса стала им помогать. Она может от любых двух кусочков одновременно откусить и съесть по 1 г сыра. Сможет ли лиса оставить медвежатам равные кусочки сыра?
- 23. В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда го-

ворят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор.

Зелёный осьминог: «У нас вместе 21 нога». Синий осьминог (зелёному): «Всё ты врёшь!» Красный осьминог: «Да оба вы врёте!»

- 1) Мог ли зелёный осьминог сказать правду? Почему?
- 2) Сколько ног было у каждого осьминога? Ответ обоснуйте.
- **24.** На клетчатой бумаге нарисован квадрат со стороной 5 клеток. Его требуется разбить на 5 частей одинаковой площади, проводя отрезки внутри квадрата только по линиям сетки. Сделайте это так, чтобы сумма длин всех проведённых отрезков была равна 16 клеткам.
- **25.** Рядовой Петров взял ведро нечищеной картошки и за 1 час её почистил. При этом 25% картошки ушло в очистки. За какое время у него набралось полведра очищенной картошки?
- **26.** Подберите такие не равные нулю числа n и m, чтобы равенство $(n \cdot 5^n)^n = m \cdot 5^9$ было верным.
- 27. Фирма изготавливает лимонный напиток, разбавляя лимонный сок водой. Сначала фирма производила напиток, содержащий 15% лимонного сока. Через некоторое время генеральный директор отдал указание снизить содержание лимонного сока до 10%. На сколько процентов увеличится количество производимого лимонного напитка при тех же объёмах поставок лимонов?
- **28.** Все натуральные числа, сумма цифр в записи которых делится на 5, выписывают в порядке возрастания: 5, 14, 19, 23, 28, 32, ... Чему равна самая маленькая положительная разность между соседними числами в этом ряду? Приведите пример и объясни-
- те, почему меньше быть не может.
 29. На стандартном тетрадном листе в клетку нарисован угол (см. рисунок). Найдите его величину, не используя измерительные инструменты.

Ответ обоснуйте.

- **30.** Два электропоезда движутся по параллельным путям. Скорость первого поезда 54 км/ч, второго 10 м/с. Сколько времени будет длиться обгон, если длина каждого поезда 125 м.
- 31. Расстояние между населенными пунктами Горячий Ключ и Адлер 225 км. Одновременно из обоих пунктов выезжают два автомобиля. Первый автомобиль движется со скоростью 80 км/ч из Горячего Ключа, второй со скоростью 70 км/ч из Адлера. Найти координату встречи. Найти время от начала движения автомобилей, когда расстояние между ними будет равно 50 км. После встречи автомобили не меняют направление движения.
- **32.** Средняя скорость жирафа 51 км/ч. Срок жизни около 36 лет. Какое расстояние проходит жираф за свою жизнь, если полагать, что в движении он находится одну треть своей жизни?
- **33.** С борта парохода в воду спущен трап так, что четыре ступеньки находятся в воде. Начинается прилив и уровень воды повышается со скоростью 40см/ч. Сколько ступенек трапа будет погружено в воду через 2ч 10 мин.? Расстояние между ступеньками 30см, а толщина каждой ступеньки 5 см.
- 34. Для того чтобы добраться из города в деревню, семье Н. необходимо проехать на машине 20 км по шоссе, затем 17 км по дороге с гравийным покрытием, а последний участок их пути проселочная дорога. По асфальтированной дороге машина двигалась со скоростью в 1,5 раза выше средней, на дороге с гравийным покрытием скорость машины составляла 0,75 от средней скорости, последний же участок пути семья преодолела за 12 минут со скоростью 0,9 от средней скорость. Найдите, с какой средней скоростью двигался автомобиль на протяжении всего пути из города в деревню.
- 35. В емкость с водой опустили парафиновое кольцо (рисунок
- 1). Высота кольца 6 см, а площадь отверстия в кольце 400 Внутрь кольца влили бензин так, чтобы он не вылился наружу.

Плотность воды
$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/} \text{ м³}$$
, бензина $\rho_{\text{б}} = 700 \text{ кг/} \text{ м³}$, а парафина $\rho_{\text{п}} = 900 \text{ кг/} \text{ м³}$ Найти массу бензина.

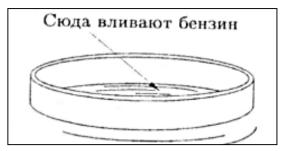


Рисунок 1

- **36.** Железный шарик, нагретый до температуры 80°С, опустили в сосуд с водой. Температура воды изначально составляла 10°С, после того, как в нее опустили шарик, нагрелась до 40°С. Сколько еще нужно таких шариков, чтобы вода нагрелась до 67,3°С. Теплоемкость воды 4200 Дж/(кг °С).
- **37.** В озере на глубине 10 м на краю плоского камня лежит доска. Половина доски плотно прижата к камню, так что между доской и камнем нет ни воды, ни воздуха (рисунок 3). Для того чтобы приподнять прижатый край доски, необходимо приложить

к середине доски силу F_1 . Если же приложить силу к правому краю доски, то для того же потребуется уже сила F_2 . Найти численное значение отношения F_1/F_2 , учитывая, что длина доски L=2 м ширина a=10 см и толицина b=1 см Масса

L = 2 м, ширина $\alpha = 10$ см и толщина $\alpha = 1$ см. Масса доски - 4 кг. Плотность воды равна 1000 кг/м ³, атмосферное давление 100 000 Па.

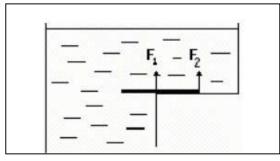


Рисунок 3

Межпредметная олимпиада (математика, информатика, физика, астрономия) 9-11 класс, задания

- **1.** Опишите вид звездного неба сегодня вечером (скажем, в 9-10 часов вечера) при условии хорошей погоды.
- **2.** Что такое «эклиптика»?
- **3.** Какие из приведенных ниже названий являются созвездиями: Орион, Ариадна, Полярная, Динозавр, Ворона, Лиса, Ящерица, Микроскоп, Телевизор, Большой Лев, Малый Лев, Большой Кот, Пес.
- **4.** Какая звезда ярче: восьмой звездной величины или десятой звездной величины? Объясните, почему.
- **5.** Предположим, что Земля «раздулась» (равномерно во все стороны) так, что поглотила Луну. Чему станет равна средняя плотность «новой Земли». С чем можно сравнить эту плотность? Плотность Земли сейчас составляет 5520 кг/м³. Диаметр Земли равен 12 800 км, расстояние от Земли до Луны 384 000 км.
- **6.** Период обращения Земли вокруг Солнца равен 365,25 сут. Определите период обращения астероида № 10876, если известно, что в перигелии своей орбиты (ближайшей точке к Солнцу) он находится на расстоянии 0.3 а.е. от Солнца, а в афелии (самая дальняя точка орбиты) удаляется от него на расстояние в 1.7 а.е.
- 7. Опишите вид звездного неба на Северном полюсе.
- 8. Почему днем небо синее, а ночью черное?
- **9.** Отмечено 9 точек, как показано на рисунке. Нарисуйте два различных по форме семиугольника с вершинами в отмеченных точках. Для каждого семиугольника сделайте отдельный чертёж.
- **10.** В тот день, когда Диму поздравляли с днём рождения его брат и сестра, Дима сказал: «Смотрите, как интересно, я теперь вдвое старше брата и втрое старше сестры!» «А ваш средний возраст 11 лет», подхватил папа. Сколько лет исполнилось Диме?
- 11. Однажды следователю пришлось допрашивать трёх свидетелей ограбления: Джона Уайта, Сэма Грэя и Боба Блэка. Джон уверял, что все показания Сэма сплошная ложь, а Сэм только и делал, что твердил, будто Боб говорит неправду. Боб же всё это время уговаривал следователя не верить ни Уайту, ни, тем более, Грэю. Следователь, будучи человеком сообразительным и умным,

попросил всех троих замолчать и, не задав более ни одного вопроса, быстро определил, с кем из них стоит иметь дело, а с кем – нет. Кто же из свидетелей не лгал?

- **12.** Сколько существует трёхзначных чисел, которые в 5 раз больше произведения своих цифр?
- 13. В окружности провели диаметр AB и параллельную ему хорду CD так, что расстояние между ними равно половине радиуса этой окружности (см. рисунок). Найдите угол CAB.
- **14.** Число a на 1 больше числа b. Могут ли числа a^2 и b^2 быть равными?
- **15.** Петя сбегает с четвёртого этажа на первый на 2 секунды быстрее, чем мама едет на лифте. Мама едет на лифте с четвёртого этажа на первый на 2 секунды быстрее, чем Петя сбегает с пятого этажа на первый. За сколько секунд Петя сбегает с четвёртого этажа на первый? (Длины пролетов лестницы между всеми этажами одинаковы).
- **16.** Постройте график функции $y = \frac{x}{|x|^2}$
- **17.** В квадрате со стороной 5 произвольным образом отметили 201 точку. Верно ли, что какие-то 5 точек можно накрыть квадратом со стороной 1?
- 18. На числовой прямой закрашивают красным и синим цветом точки с целыми координатами по следующим правилам: а) точки, разность координат которых равна 7, должны быть покрашены одним цветом; б) точки с координатами 20 и 14 должны быть покрашены красным, а точки с координатами 71 и 143 синим. Сколькими способами можно раскрасить все точки с целыми координатами, соблюдая эти правила?
- 19.Дан прямоугольник ABCD . Точка M середина стороны AB , точка K середина стороны BC . Отрезки AK и CM пересекаются в точке E . Во сколько раз площадь четырехугольника MBKE меньше площади четырехугольника AECD ?
- **20.** Какое из чисел больше: 77^7 или 7^{77} ?
- 21. Постройте график функции

$$y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$$

- 22. Убирая детскую комнату к приходу гостей, мама нашла 9 носков. Среди любых четырёх носков хотя бы два принадлежат одному хозяину. А среди любых пяти носков не больше трёх имеют одного хозяина. Сколько детей разбросало носки, и сколько носков принадлежит каждому ребенку?

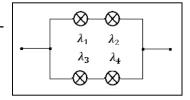
 23. Дан куб. *А*, *В* и *С* середины его рёбер (см. рисунок). Чему равен угол *АВС*?

 24. Числа <u>1</u>, <u>1</u>, <u>1</u> образуют арифметическую прогрессию. Верно ли, что числа a^2 , b^2 , c^2 также образуют арифметическую прогрессию?
- **25.** Сколько существует натуральных чисел n, для которых 4^n 15 является квадратом целого числа?
- **26.** Человек массой 60 кг стоит на платформе, масса которой 30 кг. Платформа подвешена на верёвках, перекинутых через блоки, как показано на рисунке. С какой силой должен человек тянуть за конец верёвку
- а, чтобы удержать платформу от падения?
- **27.** Вас высадили без всякого снаряжения на один из тропических островов Тихого океана. Как сдвинули бы Вы там с места трёхтонный груз гранитную скалу (плотность гранита 3000 кг/м³), имеющую 30 метров в горизонтальном протяжении и 5 метров в вертикальном?
- 28. Четыре лампы включены в цепь, как показано на рисунке (см. на обороте страницы). Мощность первой лампы

$$P_1 = 200$$
 Вт, второй $P_2 = 100$ Вт, третьей $P_3 = 100$ Вт и чет-

вёртой $P_4 = 50$ Вт. К концам данной схемы подано силовое напря-

жение $U_c = 200$ В. Какая из этих ламп будет светить ярче?



d

29. Найдите, во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности

Земли, отличается от ускорения свободного падения на расстоянии $r=rac{1}{2}$

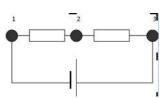
от её центра, где — средний радиус Земли. Землю считать однородным шаром.

- **30.** Сколько изображений точечного предмета получится в системе двух плоских зеркал, расположенных под углом в друг к другу? На основании полученного результата вывести общую формулу для подсчёта количества изображений для любого угла между зеркалами.
- **31.** Два пункта A и B расположены на расстоянии L=240 м друг от друга на склоне горы. От пункта A начинает равноускоренно спускаться к пункту B велосипедист с начальной скоростью $\upsilon_{01}=8$ м/с. Одновременной из пункта B к пункту A начинает равнозамедленно подниматься мотоциклист с начальной скоростью $\upsilon_{02}=16$ м/с. Они встречаются через время $t_1=10$ с, к этому времени велосипедист проехал $s_1=130$ м. С каким ускорение ехал каждый из них?
- 32.Тело массы m, движущееся с ускорением a, прикреплено к двум соединенным последовательно пружинам жесткости k_1 и k_2 (рисунок 1). Каково суммарное удлинение пружин $x_1 + x_2$? Колебаний нет. Массами пружин пренебречь. Коэффициент трения m.
- **33.** В сосуд, наполненный *смесью жидкостей*, плотность которой изменяется с глубиной по закону $r(h) = r_0 + ah$, опускают тело, имеющее форму куба, плотностью r^* . Тело целиком погружается в жидкость. На какой глубине окажется положение центра тяжести? Считать, что при погружении грань куба параллельна поверхности жидкости
- 34. В стоящий на столе калориметр налита вода комнатной температуры t_0 . С большой высоты h в калориметр падают одинаковые капли воды той же температуры t_0 . На уровне поверхности воды в калориметре имеется небольшое отверстие, через которое

вытекает лишняя вода. Какая температура установится в калориметре спустя большое время после начала падения капель? Удельная теплоемкость воды равна с, ускорение свободного падения капель равно g. Теплоемкостью калориметра, отдачей тепла от его стенок и испарением воды можно пренебречь.

На занятиях школьного кружка ученики Иван и Василиса

решили изготовить самодельные вольтметры из имеющихся в школьной лаборатории миллиамперметров. Иван соединил миллиамперметр последовательно с резистором сопротивлением $R_1 = 1$ кОм и приклеил на прибор шкалу напряжений, показываю-



щую произведение текущего через миллиамперметр тока I на R₁. Василиса собрала ту же схему, используя другой резистор с сопротивлением $R_2 = 2$ кОм, и приклеила шкалу, показывающую произведение I на R₂. Ученики решили испытать свои приборы, подключив их к схеме, изображенной на рисунке 2, с неизвестным напряжением батарейки и неизвестными сопротивлениями рези-

Прибор Ивана при подключении к контактам 1 и 2 показал напряжение $U_{12} = 1.8$ B, к контактам 2 и 3 = напряжение $U_{23} = 1.8$ B, к контактам 1 и 3 – напряжение $U_{13} = 4,5$ В. Что покажет прибор Василисы при подключении к тем же парам контактов? Внутренним сопротивлением батарейки и миллиамперметров пренебречь.

- **36.** В жидкости плотностью $\rho_{\mathcal{M}}$ плавает цилиндр высотой h. Если цилиндр погрузить глубже в жидкость или, напротив, немного вытащить из жидкости, то после того как его отпустят, цилиндр начинает колебаться. Плотность материала, из которого сделан цилиндр, ρ_{M} . Определите частоту колебаний цилиндра.
- 37. Плоская поверхность плоско-выпуклой линзы посеребрена. Фокусное расстояние линзы 0,3 м. Определите, где будет нахо-

женного на расстоянии 60 см от линзы. 38.Определить $R_{жв}$ соединения проводников в виде шестиугольника. Сопротивление каждой проволочки равно r (рис.1).

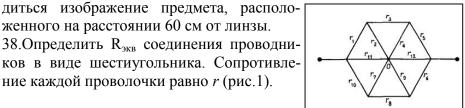


Рисунок 1.

- **39.** Смесь азота и гелия при температуре 27 °C находится под давлением
- $p=1,3\ 10^2\ \Pi a.$ Масса азота составляет 70% от общей массы смеси. Найти концентрацию Π_1 и Π_2 молекул каждого из газов.
- **40.** Под каким углом α к горизонту надо бросить шарик, чтобы центр кривизны вершины траектории шарика находился на земной поверхности.
- **41.** Последовательность. Дана последовательность натуральных чисел

 $123456789101112131415161718192021\dots$

Написать программу для определения цифры, стоящей на k-том месте этой последовательности.

Формат входных данных

Строка файла содержит позицию k.

Формат выходных данных

Выходной файл содержит цифру, стоящую на k-том месте этой последовательности

Пример входных и выходных файлов

Task1.in	Task1.out
17	3
257	2

42. Календарь на планете Мяу. Один год на пока не открытой планете Мяу содержит 140 суток (имеет 7 месяцев по 20 дней). Помогите землянам заданную дату ДД ММ ГГГГ перевести в дату календаря планеты Мяу. (на Земле обычный год имеет 365 дней, високосный — 366 дней. Номер високосного года делится на 4, за исключением тех номеров, которые делятся на 100 и не делятся на 400). **Формат входных данных**

Строка файла содержит дату в формате ДД ММ ГГГГ

Формат выходных данных

Выходной файл содержит три числа: день, месяц и год

•	Task2.in	Task2.out
	31 12 0001	5 4 2
	01 01 0002	6 4 2
	01 01 1000	18 1 2606

Пример входных и выходных файлов

43. Пила. Числовая последовательность называется пилообразной, если каждый ее член (кроме первого и последнего) либо больше обоих своих соседей, либо меньше обоих соседей. Например, последовательность 1, 2, 1, 3, 2 является пилообразной, а 1, 2, 3, 1, 2 - нет, поскольку 1<2<3. Любая последовательность из одного элемента является пилообразной. Последовательность из двух элементов является пилообразной, если ее элементы не равны.

Дана последовательность. Требуется определить, какое наименьшее количество ее членов нужно вычеркнуть, чтобы оставшаяся

~ U	•
лась пилообразной.	5
Формат входных данных	3
Первая строка входного	
файла содержит число N	5
$(1 \le N \le 1000)$ – количество	3
членов последовательности.	
Во второй строке записано	5
N натуральных чисел, не	3

ны последовательности.

последовательность оказа-	Task3.in	Task3.out
лась пилообразной.	5	1
Формат входных данных	3	1
Первая строка входного		
файла содержит число N	5	0
$(1 \le N \le 1000)$ – количество	3	U
членов последовательности.		
Во второй строке записано	5	3
N натуральных чисел, не	3	3
превосходящих 1000 – чле-		

Формат выходных данных

Выходной файл содержит одно число - минимальное количество членов, которые необходимо вычеркнуть.

Пример входных и выходных файлов

44. Монитор. Количество цветов, которые может воспроизводить видеоадаптер, определяется количеством бит, отводимых в видеопамяти ПК для описания одной точки. Например, 2 бита позволяют воспроизводить 4 цвета, 4 бита — 16 цветов и т.д. Видеопамять содержит информацию о цвете каждой точки экрана.

Для хранения области экрана монитора размером M'N точек выделено D Кбайт.

Написать программу определения максимального количества цве-

тов, которое допустимо использовать для раскраски точек.

Формат входных данных

Файл содержит три числа D, M и N, разделенных пробелами.

Формат выходных данных

Выходной файл содержит максимальное количество цветов.

Пример входных и выходных файлов

Task1.in	Task1.out
64 512 256	16

45. Последовательность. Составить программу вычисления N — количества членов числовой последовательности, которая задается следующим правилом:

A — первое число последовательности (натуральное, кратное 3);

каждый следующий элемент равен сумме кубов цифр предыдущего.

Вычисления прекращаются, когда очередной элемент последовательности станет равным 153.

(В любой такой последовательности обязательно встречается 153) Например, при A=33:

Количество членов последовательности N=6

Формат входных данных

Файл содержит натуральное число А, кратное 3.

Формат выходных данных

Выходной файл содержит количество членов последовательности N_{\cdot}

Пример входных и выходных файлов

Task2.in	Task2.out
33	6

46. Морской бой. Написать программу подсчета количества одно-, двух-, трёх- и четырехпалубных кораблей, расположенных на поле для игры «Морской бой».

Корабли не могут быть изогнутыми и друг с другом не соприкасаются. Поле для игры задается в виде таблицы N'N, каждый элемент которой равен либо 0, если клетка свободна, либо 1, если занята. Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит число N — количество строк и колонок таблицы.

Следующие N строк содержат по N значений элементов таблицы, разделенных пробелами.

Task3.in	Task3.out

Формат выходных данных

Одна строка, содержащая 4 числа — количество одно-, двух-, трёх- и четырехпалубных кораблей.

Пример входного и выходного файла

5							2	1	1	1			
1	1	1	0	1									
0	0	0	0	1									
1	0	1	0	1									
0	0	1	0	1									
1	0	0	0	0									

Ответы

5-8 классы

- 1. 4 октября 1957 г. в Советском Союзе.
- **2.** «Солнечная активность» комплекс нестационарных образований в атмосфере Солнца: пятна, факелы, протуберанцы, вспышки.
- 3. В отличие от спокойного движения *планет*, *кометы* ведут себя как одержимые. Они движутся по орбитам с бешеной скоростью. В отличие от четко очерченных *планет комета* выглядит как туманное светящееся пятнышко, которое называют головой. Как и *планеты*, *кометы* движутся вокруг Солнца. Но в отличии от планетных орбит траектории движения комет обычно сильно вытянутые. По размерам, форме и виду траекторий кометы значительно отличаются от планет и их спутников. Кометы малы только по массе. «Хвост» крупной кометы по объему превосходит Солнце, в то время как масса может составлять лишь несколько тысяч тонн.
- 4. На средних широтах (у нас) Большая Медведица, Малая Медведица и Кассиопея видны на небе над горизонтом на протяжении всего года. Поэтому с отыскания этих созвездий начнем описание вида звездного неба сегодня вечером (скажем, в 9-10 часов вечера) при условии хорошей погоды. Одними из первых на осеннем вечернем небе появляются яркие звезды Вега, Денеб, Альтаир, образующие большой треугольник (это летний треугольник; он виден на небе и осенью). Около Веги самой большой звезды северного неба четыре звезды созвездия Лиры образуют маленький параллелограмм. Наиболее яркие звезды созвездия Лебедя расположены в виде креста, в одной из вершин которого находится Денеб. Осень удобное время для наблюдения созвездий Пегаса и Андромеды. Отыскать их на небе поможет созвездие Кассиопеи. Яркие звезды Пегаса расположены в виде ковша, значительно превосходящего семизвездие Большой Медведицы. Квадрат Пегаса составлен тремя звездами этого созвездия и звездой α Андромеды.

5. 38 лет; 14928 лет.

Решение:

а) по экватору Земли:

 $s = 2\pi R = \pi D = 3{,}14 \ 12800 \ (km).$

 $v = s/t = 3.14 \ 12800/4 \ (км/год).$

б) от Земли до Луны:

 $t_{\rm Л} = s_{\rm Л} / \upsilon = 384000 \ 4/3, 14 \ 12800 \approx 38 \ {
m лет}$

в) от Земли до Солнца:

 $t_C = s_C / v = 1500000000 4/3,14 12800 \approx 14928$ лет

- 6. Меркурий, Венера, Земля, Марс
- 7. «Эклиптика» большой круг небесной сферы, вдоль которой движется Солнце
- 8. Орион, Ящерица, Микроскоп, Малый Лев
- **9.** Ярче звезда восьмой звездной величины, т. к. с возрастанием звездной величины яркость убывает, с уменьшением (вплоть до отрицательного значения) возрастает.
- 10. «Падающая звезда» явление метеора, возникающее при полете небольшого тела с космической скоростью в атмо-сфере Земли, а «хвостатая звезда» яркая комета (светило, очень медленно перемещающееся по звездному небу по сильно вытянутой орбите вокруг Солнца.
- 11. Впишите в каждый квадратик одну и ту же цифру, чтобы получилось верное равенство: $+ + + = \times$. Ответ. $4+4+4+4=4\times4$ или $0+0+0+0=0\times0$. Комментарий (как можно догадаться без подбора): Сумма четырех одинаковых слагаемых это 4 умножить на

- слагаемое, т.е. $+ + + = 4 \times$. Поэтому вместо квадратика нужно подставить 4.
- 12. Сколько кирпичей не хватает в стене, изображённой на рисунке? Ответ. 26. Комментарий. 1. Удобнее всего просто перерисовать картинку на клетчатую бумагу и посчитать клеточки: Рис.1 2. Если считать кирпичи на исходной картинке, то удобнее их считать не по горизонталям, а по вертикалям. Тогда получается (количество кирпичей в вертикалях слева направо) 1+1+3+5+6+5+2+1+1+1=26.
- 13. Жучка тяжелее кошки в 3 раза, мышка легче кошки в 10 раз, репка тяжелее мышки в 60 раз. Во сколько раз репка тяжелее Жучки? Ответ обоснуйте. Ответ. В 2 раза. Решение. Кошка=10 мышек, репка = 60 мышек. Значит репка в 6 раз тяжелее кошки. Т.е. репка = 6 кошек. По условию Жучка = 3 кошки. Поэтому репка в 2 раза тяжелее Жучки.
- **14.** Отметьте на одной прямой четыре точки A, B, C, D так, чтобы расстояние между точками A и B было равно 10 см, между A и C 3 см, между B и D 5 см, а между D и C 8 см. Ответ. см. рисунок. C A D B или B D A C
- 15. Каждому из двух муравьёв, Толстому и Тонкому, нужно перенести по 150 г груза, из точки А (где они сейчас находятся) в точку В, расстояние между которыми равно 15 метров. Толстый муравей ходит со скоростью 3 м/мин, но может унести 5 г груза, Тонкий – со скоростью 5 м/мин, но может унести лишь 3 г груза. Кто из них быстрее доставит весь свой груз в точку В? Скорость муравья с грузом не отличается от скорости муравья без груза. Ответ. Толстый справится на 2 мин раньше. Решение. Чтобы донести груз, Толстому нужно сделать 30 рейсов из точки А в точку В и 29 обратных рейсов из точки В в точку А. На один рейс у него уходит 5 минут, а на весь путь уйдет 5 (30+29) =295 мин. Тонкому муравью нужно сделать 50 рейсов из точки А в точку В и 49 обратных рейсов из точки В в точку А. У него на один рейс уходит 3 минуты, а на весь путь уйдет 3·(50+49)=297 мин. Поэтому Толстый окончит свою работу раньше. Комментарий. Возможен такой вариант решения. Если бы оба муравья находились в точке В, то они бы выполнили работу за одинаковое время: Толстому нужно было сделать 60 рейсов по 5 минут, а тонкому 100 рейсов по 3 минуты. Так как муравьи уже находятся в точке А, время Толстого уменьшается на 5 минут, а время Тонкого - на 3 минуты. Значит, Толстый окончит работу раньше.
- 16. В примере на сложение: ++= впишите одну и ту же цифру в каждый квадратик и другую цифру в треугольник так, чтобы пример получился верным. Ответ. 1+9+1=11. Комментарий (как можно было найти ответ): Справа стоит двузначное число из двух одинаковых цифр. Т.к. самая большая сумма трех цифр это 9+9+9=27, то число справа меньше 30, т.е. это 11 или 22. Если это 11, то получаем: 1++1=11, откуда =9. Если это 22, то 2++2=22, но тогда =18, что не подходит, т.к. это должна быть цифра. Т.е. ответ елинственный.
- 17. На первой остановке в пустой автобус вошло 18 пассажиров. Потом на каждой остановке выходило 4 человека, а входило 6 человек. Сколько пассажиров ехало в автобусе между пятой и шестой остановками? Ответ. 26 человек. Решение. Способ 1. После каждой остановки, не считая первую, количество пассажиров в автобусе увеличивается на 2 человека. Значит, со второй по пятую остановку количество человек увеличилось на 8 человек. Т.е. стало 18+8=26 человек. Способ 2. Со второй по пятую остановку вышло $4\cdot 4=16$ человек, а вошло $4\cdot 6=24$ человека. Т.е. в автобусе стало 18-16+24=26 человек.
- 18. Три лисы: Алиса, Лариса и Инесса разговаривали на полянке. Лариса: «Алиса не самая хитрая». Алиса: «Я хитрее Ларисы». Инесса: «Алиса хитрее меня». Известно, что самая хитрая лиса солгала, остальные сказали правду. а) Может ли самой хитрой лисой быть Алиса? Почему? б) Какая лиса самая хитрая? Дайте ответ и объясните, почему другие варианты не подходят. Ответ. а) Не может, б) Инесса. Решение. а) Алиса не может быть самой хитрой, т.к. если она сама хитрая, то она хитрее Ларисы, т.е. Алиса сказала правду. Но самая хитрая лиса должна была солгать. б) Самая хитрая лиса Инесса.

Докажем это. Мы уже получили в пункте a), что Алиса не может быть самой хитрой лисой. Лариса тоже не может быть самой хитрой, т.к. она сказала правду про Алису, а самая хитрая лиса должна была солгать. Поэтому остался только один вариант: самая хитрая – Инесса.

- **19.** Как из 13 прямоугольников размерами 1×1, 2×1, 3×1, ..., 13×1 составить прямоугольник, у которого все стороны больше 1? Ответ. Один из возможных примеров приведен на рисунке: Комментарий 1 (как можно догадаться до примера). Если группировать прямоугольники: первый с последним, второй с предпоследним и т.д., то получаются одинаковые полоски длины 14: 1+13=14, 2+12=14, 3+11=14,... Из нескольких одинаковых полосок легко сложить прямоугольник, прикладывая их друг к другу длинной стороной. Однако, если мы попробуем продолжить описанный выше процесс, возникнет проблема: центральная полоска 7×1 останется без пары. Проблему можно решить так: самую длинную полоску длины 13 оставить одну, а оставшиеся сгруппировать по тому же принципу (самую короткую с самой длинной и т.д.): 13, 1+12, 2+11, 3+10, 4+9, 5+8, 6+7. Приложив получившиеся полоски длины 13 друг к другу, получаем пример, приведенный выше. При решении использована та же идея, с помощью которой маленький Гаусс нашел сумму чисел от 1 до 100. Комментарий 2. Площадь итогового прямоугольника равна 1+2+3+4+...+13=91. Т.к. в разложении 91 на простые множители всего два множителя: 91=7·13, то стороны итогового прямоугольника однозначно определяются – они должны быть 7 и 13. Прямоугольника других размеров (так, чтобы его стороны были больше 1) сложить из данных прямоугольничков нельзя. При этом внутри итогового прямоугольника исходные прямоугольнички могут размещаться по-разному. Некоторые варианты расположения приведены ниже: из прямоугольников 1×1 и 12×1 составим прямоугольник 13×1 . Такие же прямоугольники составим из 2×1 и 11×1 , 3×1 и 10×1 , ..., 6×1 и 7×1 . Затем из семи прямоугольников 13×1 сложим прямоугольник 13×7)
- 20. Гравировщик делает таблички с буквами. Одинаковые буквы он гравирует за одинаковое время, разные возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» вместе он потратил 50 минут, а одну табличку «В ДЫМОХОД» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД»? Ответ. 20 минут. Решение. В табличках ДОМ МОДЫ ВХОД и В ДЫМОХОД отделим буквы, образующие слово ВЫХОД, тогда от первой таблички останется Д, О, М, М, О, Д, а от второй Д, М, О. Заметим, что ДОМ МОДЫ ВХОД отличается от В ДЫМОХОД на буквы Д, О, М, а по времени на 15 минут (50- 35=15). Значит, на изготовление букв Д, О, М уходит 15 мин. Теперь мы знаем, что при изготовлении В ДЫМОХОД, 15 минут ушло на изготовление букв Д, М, О, т.е. оставшиеся 35-15=20 минут понадобилось на изготовление букв В, Ы, Х, О, Д.
- **21.** Расставьте скобки, чтобы равенство стало верным: ++=55,0:5,05,0:5,05,0 . Ответ: ++=55,0:)5,05,0:)5,05,0
- 22. Три медвежонка делили три кусочка сыра массой 10 г, 12 г и 15 г. Лиса стала им помогать. Она может от любых двух кусочков одновременно откусить и съесть по 1 г сыра. Сможет ли лиса оставить медвежатам равные кусочки сыра? Ответ. Сможет. Решение. Приведем один из возможных примеров того, как лиса могла это сделать. Для удобства запишем результаты «работы» лисы в таблицу. 10 12 15 9 12 14 8 12 13 7 12 12 7 11 11 7 10 10 7 9 9 7 8 8 7 7 7 Как можно догадаться до решения. Сначала попытаться уравнять только два куска сыра, а потом уже все три.
- 23. В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда говорят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор. Зелёный осьминог: «У нас вместе 21 нога». Синий осьминог (зелёному): «Всё ты врёшь!» Красный осьминог: «Да оба вы врёте!» 1) Мог ли зеленый осьминог сказать правду? Почему? 2) Сколько ног было у каждого осьминога? (Ответ обоснуйте.) Ответ. 1) Не мог. 2) У зеленого осьминога 7 ног, у синего 8 ног, у

- красного 7 ног. Решение. 1) Если бы зелёный осьминог сказал правду, то у каждого осьминога было бы по 7 ног. Значит, сам зелёный осьминог согласно условию должен был солгать. Получаем противоречие, следовательно, зелёный осьминог солгал. 2) Так как зелёный осьминог солгал, то у него 7 ног. Синий осьминог сказал про зелёного правду, значит, у него 8 ног. Красный осьминог солгал, так как перед ним солгали не оба, а только один, значит, у красного 7 ног.
- **24.** На клетчатой бумаге нарисован квадрат со стороной 5 клеток. Его требуется разбить на 5 частей одинаковой площади, проводя отрезки внутри квадрата только по линиям сетки. Сделайте это так, чтобы сумма длин всех проведенных отрезков была равна 16 клеткам. Решение. Один из возможных примеров приведен на рисунке.
- 25. Рядовой Петров взял ведро нечищеной картошки и за 1 час её почистил. При этом 25% картошки ушло в очистки. За какое время у него набралось полведра очищенной картошки? Ответ. За 40 минут. Решение. Так как четверть картошки ушло в очистки, то Петров получил за 1 час три четверти ведра почищенной картошки. Значит, четверть ведра почищенной картошки Петров получил за 20 минут, а половину ведра за 40 минут.
- **26.** Подберите такие не равные нулю числа n и m, чтобы равенство $(n\cdot 5\ n\)$ $n=m\cdot 5\ 9$ было верным. Решение. Таких пар чисел бесконечно много. Покажем одно из самых естественных решений. Нам нужно, чтобы $9\ 55\ 2\ mn=nn$. Если n=3, то $9\ 55\ 2=n$. Теперь вычислим $m:\ 2733\ m==$. Пара n=3, m=27 является решением. Покажем, как можно получить другие решения. Возьмем произвольное n. Например, n=6. Тогда в левой части равенства мы получаем: $366\ 56$, следовательно, $276\ m=56$.
- 27. Фирма изготавливает лимонный напиток, разбавляя лимонный сок водой. Сначала фирма производила напиток, содержащий 15% лимонного сока. Через некоторое время генеральный директор отдал указание снизить содержание лимонного сока до 10%. На сколько процентов увеличится количество производимого лимонного напитка при тех же объёмах поставок лимонов? Ответ. На 50%. Решение. 1 способ. Содержание лимонного сока в напитке после указания генерального директора снизилось в полтора раза. Значит, из тех же лимонов можно приготовить в полтора раза больше лимонного напитка. Иными словами, количество производимого лимонного напитка увеличится в полтора раза или на 50%. 2 способ. Пусть х − количество производимого напитка до указания генерального директора. Тогда количество производимого сока в этом напитке − 0,15·х. Пусть теперь у − количество производимого напитка после указания генерального директора. Тогда количество лимонного сока в этом напитке − 0,1·у. Так как подразумевается, что количество лимонного сока не изменилось, получаем равенство 0,15·х = 0,1·у. Умножив обе части этого равенства на 10, получим: у = 1,5·х; или: у = х + 0,5·х. Значит, количество производимого напитка увеличилось на 50%.
- 28. Все натуральные числа, сумма цифр в записи которых делится на 5, выписывают в порядке возрастания: 5, 14, 19, 23, 28, 32, ... Чему равна самая маленькая положительная разность между соседними числами в этом ряду? Приведите пример и объясните, почему меньше быть не может. Ответ. Наименьшая разность равна 1, например, между числами 49999 и 50000. Решение. Разность меньше 1 быть не может, так речь идет про разность различных натуральных чисел. Комментарий. Как догадаться до решения. Понятно, что если два соседних числа отличаются только в разряде единиц, то разность между ними равна 5 (например, 523 и 528). Значит, нужно, чтобы числа отличались и в других разрядах. Можно попробовать взять большее число круглым, тогда числа будут отличаться минимум в двух разрядах. Возьмем, например, 50, предыдущее число 46, а разность равна 4. Если взять 500, то предыдущее число 497 и разность равна 3. Осталось подобрать такое число нулей, чтобы разность была равна

- 29. На стандартном тетрадном листе в клетку нарисован угол (см. рисунок). Найдите его величину, не используя измерительные инструменты. Ответ обоснуйте. Ответ. 45°. Решение. Соединим две «крайние» точки отрезком (как на рисунке). Получившийся треугольник равнобедренный, так как две его стороны АВ и ВС являются диагоналями трёхклеточных прямоугольников. Диагональ АВ делит угол прямоугольника с вершиной В на два угла, дополняющих друг друга до прямого. Треугольники АDВ и СЕВ равны по двум катетам, значит, равны их соответствующие углы. И значит, угол СВЕ дополняет угол АВЕ до прямого. Таким образом, треугольник АВС равнобедренный и прямоугольный. Его углы А и С при основании АС равны по свойству равнобедренного треугольника и имеют величину 45° по теореме о сумме углов треугольника.
- **30.** Два электропоезда движутся по параллельным путям. Скорость первого поезда 54 км/ч, второго 10 м/с. Сколько времени будет длиться обгон, если длина каждого поезда 125 м.

Решение:

Задача 1. $\upsilon_1 = 15 \text{ M/c}$ $\upsilon_{0\text{отн}} = \upsilon_1 - \upsilon_2 = 5 \text{ M/c}$ $S = l_1 + l_2$ S = 125 + 125 = 250 M $t = S / \upsilon_{0\text{отн}}$ t = 250 / 5 = 50 c Ответ: t = 50 c

31. Расстояние между населенными пунктами Горячий Ключ и Адлер 225 км. Одновременно из обоих пунктов выезжают два автомобиля. Первый автомобиль движется со скоростью 80 км/ч из Горячего Ключа, второй со скоростью 70 км/ч - из Адлера. Найти координату встречи. Найти время от начала движения автомобилей, когда расстояние между ними будет равно 50 км. После встречи автомобили не меняют направление движения.

Решение:

Аналитическое решение:

Уравнения движения автомобилей:

 $x_1 = 80t$ $x_2 = 225-70t$

 $|x_2-x_1|=50$ км в двух случаях:

225-70t₁-80t₁=50 175=150t₁

 $80t_2$ -225+70 t_2 =50 150 t_2 =275

 t_1 =7/6 ч=1ч 10мин=70мин t_2 =11/6 ч=1ч 50мин=110мин

Координата встречи:

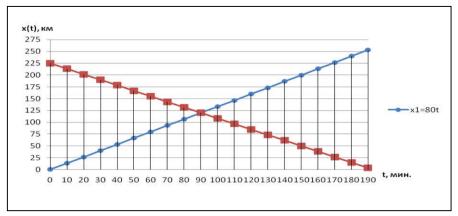
x₁=x₂ 80t=225-70t 150t=225 t=1,5ч

Расстояние от Горячего Ключа:

 $x_1(1,5)=80*1,5=120$ км Расстояние от Адлера: $x_2(1,5)=70*1,5=105$ км

Ответ: $x_1=120$ км или $x_2=105$ км, $t_1=1$ ч 10мин, $t_2=1$ ч 50мин

Графическое решение: Ответ: x_1 =120км или x_2 =105км, t_1 =1ч 10мин, t_2 =1ч 50мин



32. Средняя скорость жирафа 51 км/ч. Срок жизни около 36 лет. Какое расстояние проходит жираф за свою жизнь, если полагать, что в движении он находится одну треть своей жизни?

Решение задачи 3. Известно, что одну треть жизни жираф ходит, то есть 36:3=12 лет = 4380 дней = 105120 часов. Скорость жирафа в среднем 51 км/ч. Путь, пройденный им за всю жизнь равен:

S = 51 км/ч *105120 ч = 5 361 120 км.

33. С борта парохода в воду спущен трап так, что четыре ступеньки находятся в воде. Начинается прилив и уровень воды повышается со скоростью 40см/ч. Сколько ступенек трапа будет погружено в воду через 2ч 10мин.? Расстояние между ступеньками 30см, а толщина каждой ступеньки 5см.

Решение:

Так как трап спущен с борта парохода, который будет подниматься вместе с уровнем воды, то в воде будет по-прежнему 4 ступеньки

34. Для того чтобы добраться из города в деревню, семье Н. необходимо проехать на машине 20 км по шоссе, затем 17 км по дороге с гравийным покрытием, а последний участок их пути - проселочная дорога. По асфальтированной дороге машина двигалась со скоростью в 1,5 раза выше средней, на дороге с гравийным покрытием скорость машины составляла 0,75 от средней скорости, последний же участок пути семья преодолела за 12 минут со скоростью 0,9 от средней скорости. Найдите, с какой средней скоростью двигался автомобиль на протяжении всего пути из города в деревню.

Находим среднюю скорость v из уравнения $v = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_1 + v_2 + v_3 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_2 + v_3 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_3 + v_4 + v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_4 + v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_4 + v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_4 + v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_4 + v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$ где $v_5 = \frac{S_1 + S_2 + v_3 t_3}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + t_3}$

$$S_1 + S_2 + 0.9vt_3 = \frac{2}{3}S_1 + \frac{4}{3}S_2 + vt_3$$

откуда

$$v = \frac{10(S_1 - S_2)}{3t_3} = 50$$

км/ч

Ответ: 50 км/ч.

35. В емкость с водой опустили парафиновое кольцо (рисунок 1). Высота кольца 6 см, а площадь отверстия в кольце 400 $\boxed{\text{CM}^2}$. Внутрь кольца влили бензин так, чтобы он не вылился наружу. Плотность воды $\boxed{\rho_{\text{B}}}$ 1000 кг/ $\boxed{\text{M}^3}$, бензина $\boxed{\rho_{\text{G}}}$ – 700 кг/ $\boxed{\text{M}^3}$, а парафина $\boxed{\rho_{\text{П}}}$ – 900 кг/ $\boxed{\text{M}^3}$ Найти массу бензина.



Рисунок 1

Пусть – площадь горизонтального сечения парафинового кольца (рисунок 2).

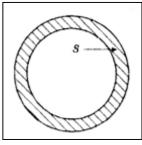


Рисунок 2

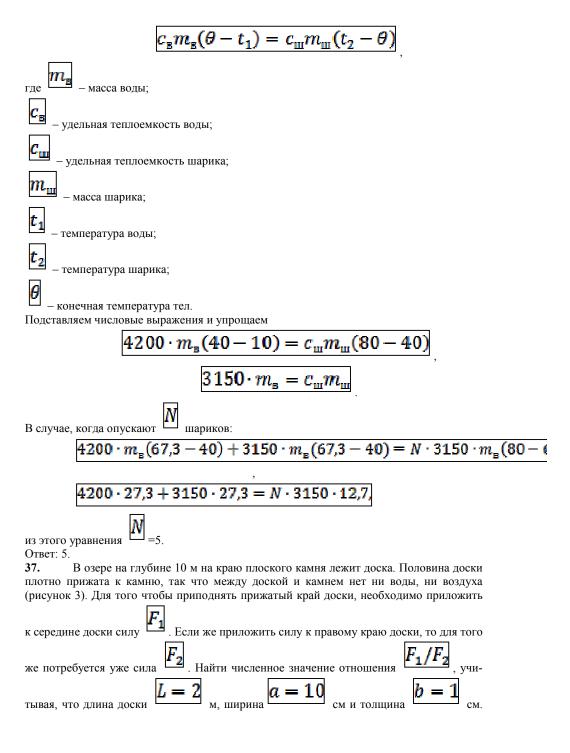
Вес кольца уравновешивает сила гидростатического давления my - ps, $m = \rho_n sH, p = \rho_B gh$, h - Information Information

36. Железный шарик, нагретый до температуры 80° С, опустили в сосуд с водой. Температура воды изначально составляла 10° С, после того, как в нее опустили шарик, нагрелась до 40° С. Сколько еще нужно таких шариков, чтобы вода нагрелась до $67,3^{\circ}$ С. Теплоемкость воды $4200~\text{Дж/(кг}^{\circ}$ С).

Решение:

Уравнение теплового баланса для случая, когда опущен один шарик:

$$Q_1 = Q_2$$



Масса доски - 4 кг. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , атмосферное давление 100 000 Па.

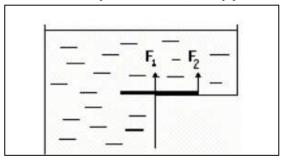


Рисунок 3

Пусть
$$\overline{V}$$
 - объём доски, \overline{m} - её масса, \overline{L} - её длина $\overline{S=2\cdot 0.1=0.2 \mathrm{m}^2}$

-площадь верхней поверхности, ρ - плотность воды.

Рассмотрим силы, которые действуют на доску. Это сила тяжести my = 40 н приложенная к центру доски, сила Архимеда

$$F_{\rm A} = \frac{1}{2} V \rho g = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0, 1 \cdot 0, 01 \cdot 1000 \cdot 10 = 10 \text{ H},$$

действующая на левую половину доски и приложенная на расстояние L/4 от левого края, а также сила давления воды сверху на правую половину. Эта сила равна

$$F_{P} = \frac{1}{2}S(P_{0} + \rho gh) = \frac{1}{2} \cdot 0.2 \cdot (100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 10) = 200$$

где
$$h=10$$
 м – глубина

Р0 - атмосферное давление

Можно считать, что эта сила приложена к середине правой половины доски. В

момент отрыва под действием силы F_1 (в обоих вариантах) сила реакции со стороны

уступа приложена к правому концу доски, а под действием силы 12 к центру доски. Поэтому при написании правила рычага относительно этих точек она вклада не даст. Из правила рычага имеем:

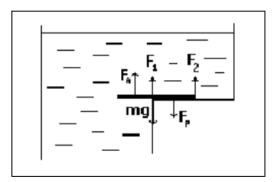


Рисунок 4
$$F_1\frac{L}{2} = F_P\frac{L}{4} + mg\frac{L}{2} - F_A\frac{3L}{4}$$
 (точка опоры - правый конец доски)
$$F_2\frac{L}{2} = F_P\frac{L}{4} + F_A\frac{L}{4}$$
 (точка опоры - середина доски).
$$F_1\frac{F_1}{F_2} = 1,002.$$
 т: отношение сил

Ответ: отношение сил

Ответы

9-11 классы

- 1. На средних широтах (у нас) Большая Медведица, Малая Медведица и Кассиопея видны на небе над горизонтом на протяжении всего года (1 балл). Поэтому с отыскания этих созвездий начнем описание вида звездного неба сегодня вечером (скажем, в 9-10 часов вечера) при условии хорошей погоды. Одними из первых на осеннем вечернем небе появляются яркие звезды Вега, Денеб, Альтаир (по 1 баллу), образующие большой треугольник (это летний треугольник; он виден на небе и осенью). Около Веги самой большой звезды северного неба четыре звезды созвездия Лиры (1 балл) образуют маленький параллелограмм. Наиболее яркие звезды созвездия Лебедя (1 балл) расположены в виде креста, в одной из вершин которого находится Денеб. Осень удобное время для наблюдения созвездий Пегаса и Андромеды (по 1 баллу). Отыскать их на небе поможет созвездие Кассиопеи. Яркие звезды Пегаса (1 балл) расположены в виде ковша, значительно превосходящего семизвездие Большой Медведицы. Квадрат Пегаса составлен тремя звездами этого созвездия и звездой о Андромеды.
- 2. «Эклиптика» большой круг небесной сферы, вдоль которой движется Солнце
- 3. Орион, Ящерица, Микроскоп, Малый Лев.
- **4.** Ярче звезда восьмой звездной величины, т. к. с возрастанием звездной величины яркость убывает, с уменьшением (вплоть до отрицательного значения) возрастает
- **5.** $\approx 0.2 \text{ кг/м}^3$. С плотностью разреженного газа.
- **6.** 365.25 cvt.
- 7. Географическая широта Северного полюса Земли $\phi = 90^{\circ}$ (2 балла). Значит, там северный полюс мира находится в зените, небесный экватор совпадает с горизонтом, а звезды описывают свои суточные пути над горизонтом, двигаясь параллельно ему, и не заходят. Полярную звезду наблюдатель будет видеть у себя над головой.
- 8. Небо мы видим через толстый слой воздуха. А воздух состоит из смеси мелких частичек молекул газов, капелек воды и пылинок. Голубые световые лучи рассеиваются молекулами кислорода, находящимися в воздухе. Поэтому, когда в небе сияет солнце, мы видим синее небо. А когда солнце заходит, и нет лучей, которые можно рассеивать, небо темнеет. Предметы, которые не светятся сами, нам кажутся темными, когда они меньше всего освещены. Небо нам кажется темным, когда на него (а точнее, на атмосферу, окружающую Землю) попадает меньше всего света солнечного, лунного и прочего, например света от больших городов.
- **9.** Отмечено 9 точек, как показано на рисунке. Нарисуйте два различных по форме семиугольника с вершинами в отмеченных точках. Для каждого семиугольника сделайте отдельный чертёж. Ответ. Примеры семиугольников изображены на рисунке. Возможны и другие варианты
- 10. В тот день, когда Диму поздравляли с днём рождения его брат и сестра, Дима сказал: «Смотрите, как интересно, я теперь вдвое старше брата и втрое старше сестры!» «А ваш средний возраст 11 лет», подхватил папа. Сколько лет исполнилось Диме? Ответ.18 лет. Решение. Первый способ. По условию задачи можно составить уравнение. Пусть возраст Димы х лет, тогда возраст сестры х/3, а брата х/2; (х + x/3 + x/2):3=11. После решения этого уравнения получаем, что х=18. Диме исполнилось 18 лет. Будет полезным привести несколько иное

решение, «в частях». Второй способ. Если возрасты Димы, его брата и сестры изобразить отрезками, то «Димин отрезок» состоит из двух «отрезков брата» или трех «отрезков сестры». Тогда, если возраст Димы поделить на 6 частей, то возраст сестры – две такие части, а возраст брата – три такие части. Тогда сумма их возрастов – 11 таких частей. С другой стороны, если средний возраст равен 11

лет, то сумма возрастов – 33 года. Откуда следует, что в одной части – три года. Значит, Диме исполнилось 18 лет.

- 11. Однажды следователю пришлось допрашивать трёх свидетелей ограбления: Джона Уайта, Сэма Грэя и Боба Блэка. Джон уверял, что все показания Сэма сплошная ложь, а Сэм только и делал, что твердил, будто Боб говорит неправду. Боб же всё это время уговаривал следователя не верить ни Уайту, ни, тем более, Грэю. Следователь, будучи человеком сообразительным и умным, попросил всех троих замолчать и, не задав более ни одного вопроса, быстро определил, с кем из них стоит иметь дело, а с кем нет. Кто же из свидетелей не лгал? Ответ.Сэм Грэй. Решение. Из условия задачи ясно, что высказывания каждого из свидетелей произнесены по поводу высказываний остальных двух свидетелей. Рассмотрим заявление Боба Блэка. Если то, что он говорит правда, то Сэм Грэй и Джон Уайт лгут. Но из того, что Джон Уайт лжет следует, что не все показания Сэма Грэя сплошная ложь. А это противоречит словам Боба Блэка, которому мы решили поверить и который утверждает, что Сэм Грэй лжет. Итак, слова Боба Блэка не могут быть правдой. Значит, он солгал, и мы должны признать слова Сэма Грэя правдой, а, следовательно, утверждения Джона Уайта ложью. Ответ: не лгал Сэм Грэй.
- 12. Сколько существует трёхзначных чисел, которые в 5 раз больше произведения своих цифр? Ответ. Одно число 175. Решение. Первый способ. В составе цифр, которыми записывается число, нет цифры 0, иначе не может быть выполнено условие задачи. Данное трехзначное число получено умножением на 5 произведения своих цифр, следовательно, оно делится на 5. Значит, его запись оканчивается цифрой 5. Получаем, что произведение цифр, умноженное на 5, должно делиться на 25. Заметим, что четных цифр в записи числа быть не может, иначе произведение цифр было бы равно нулю. Таким образом, трехзначное число должно делиться на 25 и не содержать четных цифр. Таких чисел только пять: 175, 375, 575, 775 и 975. Произведение цифр искомого числа должно быть меньше 200, иначе, умноженное на 5, даст четырехзначное число. Поэтому числа 775 и 975 заведомо не подходят. Среди оставшихся трех чисел только 175 удовлетворяет условию задачи. Второй способ. Заметим (аналогично первому способу решения), что последняя цифра искомого числа – 5. Пусть а, b, 5 – последовательные цифры искомого числа. По условию задачи имеем: $100a + 10b + 5 = a \cdot b \cdot 5 \cdot 5$. Поделив обе части уравнения на 5, получаем: 20a + 2b + 1 = 5ab. После вычитания из обеих частей равенства 20а и вынесения за скобки общего множителя в правой части, получаем: 2b + 1 = 5a(b - 4a) (1). Учитывая, что а и b могут принимать натуральные значения от 1 до 9, получаем, что возможные значения а - только 1 или 2. Но а=2 не удовлетворяет равенству (1), в левой части которого нечетное число, а в правой при подстановке а=2 получается четное. Итак, единственная возможность а=1. Подставив это значение в (1), получаем: 2b + 1 = 5b - 20, откуда b = 7. Ответ: единственное искомое число -175.
- 13. В окружности провели диаметр АВ и параллельную ему хорду СD так, что расстояние между ними равно половине радиуса этой окружности (см. рисунок). Найдите угол САВ. Ответ. 75°. Решение. Рассмотрим треугольник АОС, где О центр окружности. Этот треугольник равнобедренный, так как ОС и ОА радиусы. Значит, по свойству равнобедренного треугольника, углы А и С равны. Проведем перпендикуляр СМ к стороне АО и рассмотрим прямоугольный треугольник ОМС. По условию задачи, катет СМ половина гипотенузы ОС. Значит, величина угла СОМ равна 30°. Тогда, по

теореме о сумме углов треугольника получаем, что угол CAO (или CAB) равен 75°.

- **14.** Число а на 1 больше числа b. Могут ли числа 2 а и 2 b быть равными? Ответ. Могут. Решение. Если а = 2 1 , b = 2 1 , то а = b+1 и 2 а = 2 b . Также можно решить систему уравнений: $\Box \Box = 0$ = 1, 22 ba a b
- 15. Петя сбегает с четвёртого этажа на первый на 2 секунды быстрее, чем мама едет на лифте. Мама едет на лифте с четвёртого этажа на первый на 2 секунды быстрее, чем Петя сбегает с пятого этажа на первый. За сколько секунд Петя сбегает с четвёртого этажа на первый? (Длины пролетов лестницы между всеми этажами одинаковы). Ответ. За 12 секунд. Решение. Между первым и четвертым этажами 3 пролета, а между пятым и первым 4. Согласно условию, Петя 4 пролета пробегает на 2 секунды дольше, чем мама елет на

лифте, а три пролета – на 2 секунды быстрее мамы. Значит, за 4 секунды Петя пробегает один пролет. Тогда с четвертого этажа на первый (т.е. на 3 пролета) Петя сбегает за 4 3=12 секунд.

- **16.** Постройте график функции $\parallel 2$ х х у = . Ответ. См. рисунок. Решение. Т.к. х 2=|x| 2 , то y=|x|, причем x≠ 0. Можно также, используя определение модуля, получить, что y= , 0, , 0 х если х х если х $\square > \square$ < (при x=0 функция не определена).
- 17. В квадрате со стороной 5 произвольным образом отметили 201 точку. Верно ли, что какие-то 5 точек можно накрыть квадратом со стороной 1? Ответ. Да. Решение. Разделим данный квадрат со стороной 5 прямыми, параллельными его сторонам, на 25 квадратов со стороной 1 (см. рис.). Если бы в каждом таком квадрате было не больше 4 отмеченных точек, то всего было бы отмечено не более 25 4=100 точек, что противоречит условию. Следовательно, хотя бы в одном из полученных квадратов должно быть 5 из отмеченных точек.
- На числовой прямой закрашивают красным и синим цветом точки с целыми координатами по следующим правилам: а) точки, разность координат которых равна 7, должны быть покрашены одним цветом; б) точки с координатами 20 и 14 должны быть покрашены красным, а точки с координатами 71 и 143 — синим. Сколькими способами можно раскрасить все точки с целыми координатами, соблюдая эти правила? Ответ. Восемью способами. Решение. Из пункта а) следует, что раскраска всех точек с целыми координатами однозначно определяется раскраской точек, соответствующих числам 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Точка 0=14-2 7 должна быть покрашена так же как 14, т.е. красным. Аналогично, точка 1=71-10 7 должна быть покрашена синим, точка 3=143-20 7 - синим, и 6=20-2 7 - красным. Поэтому остается только посчитать, сколькими различными способами можно раскрасить точки, соответствующие числам 2, 4 и 5. Так как каждую точку можно раскрасить двумя способами - красным или синим – то всего способов 2 2 2=8. Примечание. При подсчете числа способов раскрашивания точек 2, 4 и 5, можно просто

19. Дан прямоугольник ABCD. Точка М – середина стороны AB, точка К – середина стороны BC. Отрезки AK и CM пересекаются в точке E. Во сколько раз площадь четырехугольника MBKE меньше площади четырехугольника AECD? Ответ. В 4 раза. Решение. Проведем отрезки МК и AC. Четырехугольник MBKE состоит из треугольни-

ков МВК и МКЕ, а четырехугольник АЕСО – из треугольников АЕС и АСО. Далее можно рассуждать разными способами. 1 способ. Треугольники МВК и АСD – прямоугольные и катеты первого в 2 раза меньше катетов второго, поэтому они подобны и площадь треугольника АСD в 4 раза больше площади треугольника МВК. Т.к. М и К – середины АВ и ВС соответственно, то МК – средняя линия треугольника АВС, поэтому МК||АС и МК=0,5АС. Из параллельности прямых МК и АС следует подобие треугольников МКЕ и АЕС, а т.к. коэффициент подобия равен 0,5, то площадь треугольника АЕС в 4 раза треугольника площади MKE Теперь: =SAEC+SACD=4SMKE+4SMBK=4(SMKE+SMBK)=4SMBKE. 2 способ. Пусть площадь прямоугольника ABCD равна S. Тогда площадь треугольника ACD равна 2 1 S (диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника), а площадь треугольника МВК равна 2 1 МВ ВК= 2 1 2 1 АВ 2 1 ВС= 8 1 АВ ВС= 8 1 S. Т.к. М и К середины отрезков АВ и ВС, то АК и СМ – медианы треугольника АВС, поэтому Е – точка пересечения медиан треугольника АВС, т.е. расстояние от Е до АС равно 3 1 h, где h – высота треугольника ABC, проведенная из вершины B. Тогда площадь треугольника AEC равна 2 1 AC (3 1 h)= 3 1 (2 1 AC h)= 3 1 SABC= 3 1 (2 1 S)= 6 1 S. Тогда для площади четырехугольника АЕСD, равной сумме площадей треугольников АЕС и ACD, получаем: 2 1 S+ 6 1 S= 3 2 S. Далее, т.к. МК – средняя линия треугольника ABC, то площадь треугольника МКЕ равна 2 1 МК (2 1 h- 3 1 h)= 2 1 (2 1 AC) (6 1 h)= 12 1 (2 1 AC h)= 12 1 SACD= 24 1 S. Поэтому для площади четырехугольника МВКЕ, равной сумме площадей треугольников МВК и МКЕ, получаем: 8 1 S+ 24 1 S= 6 1 S. Таким образом, отношение площадей четырехугольников AECD и МВКЕ равно 3 2 S:(6 1 S)

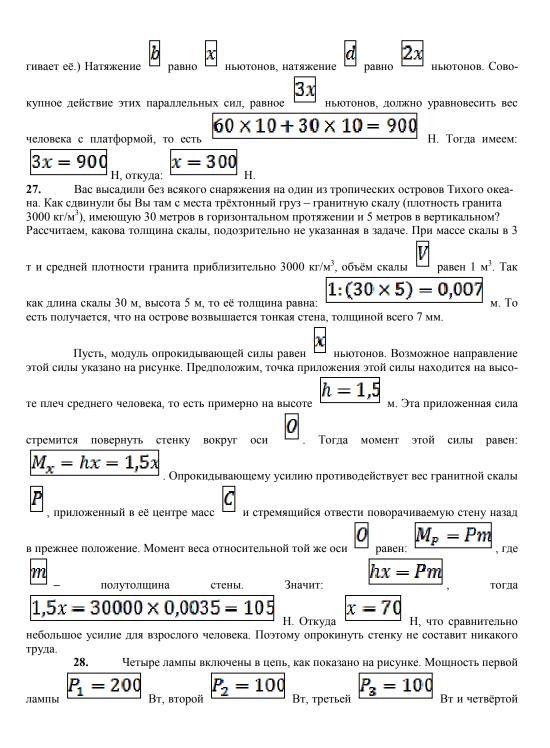
- **20.** Какое из чисел больше: 777 или 777? Ответ. Второе число больше. Решение. 710 >72 >11, поэтому 711=7 7 10 > 7 11=77. Отсюда следует, что 777=(711) 7 > 777
- **21.** Постройте график функции sin sin x у x = . Ответ. См. рисунок. Решение. Используя определение модуля, получаем, что y= \Box \Box <> .0sin,1 ,0sin,1 если x если x В точках, где sin x=0, функция не определена.
- 22. Убирая детскую комнату к приходу гостей, мама нашла 9 носков. Среди любых четырёх носков хотя бы два принадлежат одному хозяину. А среди любых пяти носков не больше трёх имеют одного хозяина. Сколько детей разбросало носки, и сколько носков принадлежит каждому ребенку? Ответ. Детей трое, каждому принадлежит по три носка. Решение. Ни одному из детей не принадлежало более трех носков, так как в противном случае условие «среди любых пяти носков не больше трех имели одного хозяина» было бы не выполнено. Всего носков 9, поэтому детей не менее трех. С другой стороны среди любых четырех носков есть два носка одного ребенка, поэтому детей меньше четырех. Таким образом, в семье трое детей, причем каждый разбросал не более трех носков, а всего носков 9. Значит, каждому ребенку принадлежит 3 носка из найденных мамой
- **23.** Дан куб. А, В и С середины его ребер (см. рисунок). Чему равен угол ABC? Ответ. 1200 . Решение. 1 способ. Проведем диагонали DE||BC и EF||AB и пусть К точка на продолжении диагонали DE за точку E (см. рис.). Тогда \angle ABC= \angle FEK. Но треугольник DEF равносторонний, поэтому A B D E C F O M K 1 0 x y - π π 2 π \angle DEF=600 , а значит, \angle FEK=1200 . 2 способ. Введем систему координат с началом в точке O, осями Ox, Oy и Oz, сонаправленными векторам \rightarrow OM , \rightarrow OF и \rightarrow OD соответственно и пусть ребро куба равно 2. Тогда A(0;0;1), B(1;0;2), C(2;1;2). Поэтому \rightarrow BA (-1; 0; -1), $|\rightarrow$ BA |= 2 , \rightarrow BC (1; 1; 0), $|\rightarrow$ BC |= 2 . Теперь найдем двумя способами скалярное произведение векторов \rightarrow BA и \rightarrow BC : \rightarrow BA \rightarrow BC =(-1) 1+0 1+(-1) 0= -1 и \rightarrow BA \rightarrow BC = 2 соо ABC. Из этих двух равенств получается, что соо ABC= -0,5, т.е. угол ABC равен

- 1200 . 3 способ. Пусть ребро куба равно 1. Тогда по теореме Пифагора AB=BC= 2 2 ; DC= 2 5 и AC= 2 3 DCAD 2 2=+ . Теперь по теореме косинусов из треугольника ABC находим, что \cos ABC= -0,5.
- **24.** Числа 1 а b + , 1 а c + , 1 b c + образуют арифметическую прогрессию. Верно ли, что числа 2 а , 2 b , 2 с также образуют арифметическую прогрессию? Ответ. Да. Решение. Так как указанные три числа образуют арифметическую прогрессию, то верно равенство: а c a b b c a + c + = + + 1111 . Тогда, приводя к общему знаменателю, получаем: cbca))(())((ba baca cb ++ = ++ . Отсюда: (b+c)(b-c)=(a-b)(a+b) или b 2 -c 2 = a 2 -b 2 , что в соответствии с определением и означает, что числа а 2 , b 2 и с 2 образуют арифметическую прогрессию. Можно также использовать характеристическое свойство арифметической прогрессии: числа x, y, z образуют арифметическую прогрессию тогда и только тогда, когда x+z=2y.
- 25. Сколько существует натуральных чисел n, для которых 4 15 n является квадратом целого числа? Ответ. Два. Решение. Пусть 4n -15=x 2, причем x целое число. Очевидно, что $x\neq 0$. Если x отрицательно, то (-x) 2 также равно 4n -15; поэтому дальше будем считать, что 4n -15=x 2, причем x натуральное. Из равенства 22n -15=x 2 получаем: 22n -x 2=15, а используя формулу для разложения разности квадратов на множители: (2n -x)(2n+x)=15. Т.к. x натуральное число, то второй множитель слева в последнем равенстве

положителен, но тогда положительным должен быть и первый множитель. Число 15 можно разложить на натуральные множители двумя способами: 15=3 5=1 15. При этом, т.к. x > 0, то 2n+x > 2 n -х. Таким образом, возможны только два случая: \square \square \square + \square = 152 ,12 x x n n или \square \square \square + \square + \square - \square 52 ,32 x x n n Решая первую систему уравнений (удобнее всего просто сложить уравнения), получаем, что 2 2 n=16, т.е. n=3. Аналогично из второй системы получается, что n=2. Можно не ограничиваться при решении натуральными значениями x, но тогда число систем, подлежащих рассмотрению, возрастает, т.к. возможны еще варианты 15=(-1) (-15)=(-3) (-5).

26. Человек массой 60 кг стоит на платформе, масса которой 30 кг. Платформа подвешена на верёвках, перекинутых через блоки, как показано на рисунке. С какой

силой должен человек тянуть за конец верёвку [4], чтобы удержать платформу от паде-
силой должен человек тянуть за конец верёвку $\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$
Пусть человек тянет за верёвку a с силой x ньютонов. Натяжение верёвки a , а
также составляющей её продолжение верёвки , будет, очевидно . Сила натяже-
также составляющей её продолжение верёвки , будет, очевидно . Сила натяже-
ния верёвки $m{\ell}$ уравновешивает действие двух параллельных сил от верёвок $m{a}$ и $m{b}$.
Следовательно, натяжение верёвки с равно и равно гакого же и должно
быть и натяжение верёвки , составляющей продолжение . Платформа висит на
, составляющей продолжение продолжение . платформа висит на
двух верёвках и и . (Верёвка и не прикреплена к платформе, а потому не подтя-

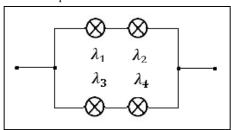


$$P_4 = 50$$

Вт. К концам данной схемы подано силовое напряжение

 $U_{\rm c} = 200$

В. Какая из этих ламп будет светить ярче?



Наиболее ярко будет светить та лампа, на которой выделится максимальная мощность. Для расчёта выделяемых мощностей на каждой из ламп нужно знать их собственные сопротивления, а так же токи, проходящие по верхней и нижней ветвям цепи. Рассмотрим каждую лампу в отдельности. Мощность каждой лампы даётся выражени-

$$P_{ar{t}} = rac{U_{
m c}^2}{R_{ar{t}}}$$
 , где $P_{ar{t}}$ – заявленная мощность любой из четырёх ламп, $R_{ar{t}}$ – соот

$$R_i = rac{v_{
m c}^2}{P_i}$$
, и для каждой из ламп полу-

ветствующее сопротивление лампы. Тогда:

чим:

$$R_3 = \frac{200^2}{100} = 400$$
_{OM}

 $R_2 = \frac{200^2}{100} = 400$

$$R_4 = \frac{200^2}{50} = 800$$

Ом. Теперь найдём

Ом,

$$I_{\text{Bepx}} = \frac{U_{\text{c}}}{R_1 + R_2}$$

токи, текущие через верхнюю и нижнюю ветви цепи:

$$I_{ ext{HUS}} = rac{U_{ ext{C}}}{R_{ ext{B}} + R_{ ext{4}}}$$

Найдём их значения

$$I_{\text{Bepx}} = \frac{200}{200 + 400} \approx 0.33$$

$$I_{\text{HMS}} = \frac{200}{400 + 800} \approx 0.17$$

А. Тогда, выделяемая мощность на каждой из ламп

может быть найдена из выражения: $P = I^2 R$. Для верхних ламп имеем: $P_1 = I_{\text{верх}}^2 R_1 = 0.33^2 \times 200 \approx 22$

29. Найдите, во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности Земли,

отличается от ускорения свободного падения на расстоянии $r = \frac{1}{4}$ от её

- средний радиус Земли. Землю считать однородным шаром.

т ускорения свободного падения на расстоянии ______ от её центра,

Из закона всемирного тяготения имеем на поверхности Земли, имеем:

 $F = ma = G \frac{mM_3}{R_3^2}$ $a = g = G \frac{M_3}{R_3^2}$

где

центру Земли, сила тяжести, не увеличивается, а уменьшается, так как сила тяготения

внутри Земли на расстоянии от её центра обусловлена только той частью массы Земли, находящейся в заштрихованной части земного шара, которая пропорциональна его объёму. Тогда, масса Земли, находящаяся в заштрихованной области равна:

 $M_3' =
ho_{
m cp} V$, где $ho_{
m cp}$ – средняя плотность Земли, $ho_{
m cp}$ – объём заштрихованной

части. Объём заштрихованной части равен $V = \frac{1}{3} T T^{-1}$, поэтому

 $M_3' = \rho_{\rm cp} \frac{4}{3} \pi r^3$

. Значит, ускорение свободного падения внутри земного шара

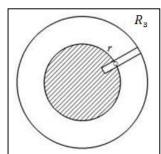
 $a(r) = G \frac{\rho_{\rm cp} \frac{4}{3} \pi r^2}{r^2} = G \rho_{\rm cp} \frac{4}{3} \pi r$

 $\frac{g}{a(r)} = \frac{G\rho_{\text{cp}}\frac{4}{3}\pi R_3}{G\rho_{\text{cp}}\frac{4}{3}\pi r} = \frac{R_3}{r}$

 $r = \frac{1}{4}$ ри окончательно получаем:

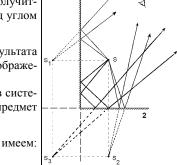
 $\frac{g}{a(r=\frac{R_3}{4})} = \frac{R_3}{\frac{R_3}{4}} =$

получим:



- **30.** Сколько изображений точечного предмета получится в системе двух плоских зеркал, расположенных под углом
- в друг к другу? На основании полученного результата вывести общую формулу для подсчёта количества изображений для любого угла между зеркалами.

Схема построения изображений точечного предмета в системе двух плоских показана на рисунке. Видно, что предмет



имеет три изображения. Для угла в

$$n = \frac{360^{\circ}}{90^{\circ}} - 1 = 3$$

Тогда общая формула, для под-

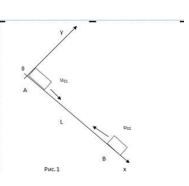
360° R TAKAN

счёта изображений точечного предмета для любого угла, кратного

$$n = \frac{360^{\circ}}{\alpha^{\circ}} - 1$$

системе зеркал имеет вид:

31. Два пункта A и B расположены на расстоянии L=240 м друг от друга на склоне горы. От пункта A начинает равноускоренно спускаться к пункту B велосипедист с начальной скоростью $\upsilon_{01}=8$ м/с. Одновременной из пункта B к пункту I A начинает равнозамедленно подниматься мотоциклист с начальной скоростью $\upsilon_{02}=16$ м/с. Они встречаются через время $t_1=10$ с, к этому времени велосипедист проехал $s_1=130$ м. С каким ускорение ехал каждый из них?



Решение.

Выберем ось x, направленную вниз вдоль склона горы (рис.1). Проекция начальной скорости велосипедиста на ось $v_{1x} = v_{01}$, проекция ускорения $a_{1x} = a_1$. Уравнение движения велосипедиста

$$x_1 = v_{01}t + a_1t^2/2.$$

Проекция начальной скорости мотоциклиста на ось x: $v_{2x} = -v_{02}$, проекция ускорения $a_{2x} = a_2$. Уравнение движения мотоциклиста

$$x_2 = x_{02} - v_{02}t + a_2t^2/2, \quad x_{02} = L.$$

Согласно условию задачи, в момент встречи $\mathbf{t} = \mathbf{t}_1$ положение велосипедиста определится выражением

$$x_1 = s_1 = v_{01}t_1 + a_1t_1^2/2$$

отсюда

$$a_1 = 2*(s_1 - v_{01}t_1)/t_1^2$$
.

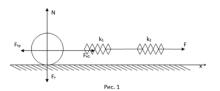
В момент встречи

$$x_1 = x_2 = s_1$$

отсюда

$$\begin{aligned} s_1 &= x_{02} - \upsilon_{02}t_1 + a_2t_1^2/2, \\ a_2 &= 2*(s_1 - 1 + \upsilon_{02}t_1)/t_1^2, \\ a_1 &= \underline{130 - 8 \times 10} \\ 50 & \text{m/c}^2 = 1 \text{ m/c}^2 \\ a_2 &= \underline{130 - 240 + 16 \times 10} \\ \hline 50 & \text{m/c}^2 = 1 \text{ m/c}^2 \end{aligned}$$

32.Тело массы m, движущееся с ускорением a, прикреплено к двум соединенным последовательно пружинам жесткости k_1 и k_2 (рисунок 1). Каково суммарное удлинение пружин $x_1 + x_2$? Колебаний нет. Массами пружин пренебречь. Коэффициент трения m.



Решение.

На тело действуют четыре силы: сила тяжести F_{τ_1} , сила трения $F_{\tau p}$, сила нормальной реакции N, сила натяжения первой пружины $F_{\pi 1}$. Основной закон динамики для тела массой m запишется в виде

$$ma = F_{H1} + F_{Tp} + mg + N.$$
 (1)

Поскольку ось \mathbf{x} направлена вдоль плоскости, по которой движется тело, то уравнение (1) в проекции на эту ось имеет вид

$$ma = F_{H1} - mmg$$
.

Сила натяжения первой пружины есть $\mathbf{F}_{\mathbf{n}1} = \mathbf{m}(\mathbf{a} + \mathbf{m}\mathbf{g})$. Отсюда в силу $\mathbf{F}_{\mathbf{n}1} = \mathbf{k}\mathbf{x}_1$ имеем

$$x_1 = m(a + mg)/k_1.$$

По условию задачи массами пружин пренебрегаем, поэтому сила натяжения второй пружины F_{n2} равна силе натяжения первой пружины F_{n1} . Если бы силы натяжения не были равны, то это вызвало бы дальнейшую деформацию одной из пружин, здесь же рассматривается движение, начиная с момента, когда пружины уже больше не деформируются: $F_{n1} = F_{n2}$, откуда

$$x_2 = m(a + mg)/k_2$$
.

Следовательно, суммарное удлинение равно

$$x = x_1 + x_2 = m(a + mg)$$
 $\frac{1}{k} + \frac{1}{k}$

и окончательно

$$x = \underline{m(a + mg)(k_1 + k_2)}$$

$$K1k2$$

33. В сосуд, наполненный *смесью жидкостей*, плотность которой изменяется с глубиной по закону $r(h) = r_0 + ah$, опускают тело, имеющее форму куба, плотностью r^* . Тело целиком погружается в жидкость. На какой глубине окажется положение центра тяжести? Считать, что при погружении грань куба параллельна поверхности жидкости.

Решение.

На тело (рис. 3) действуют две силы: сила тяжести $\mathbf{F_r} = m\mathbf{g}$ и выталкивающая сила $\mathbf{F_{выт}}$. Условие равновесия тела

$$\mathbf{F}_{\mathbf{BMT}} + \mathbf{F}_{\mathbf{T}} = 0 \quad (1)$$

Чтобы вычислить выталкивающую силу, определим плотности жидкости на уровне верхней 1 и нижней 2 граней куба, считая длину куба равной a:

$$r_1 = r_0 + a (h_0 - a/2) \text{ } \text{и} \text{ } r_2 = r_0 + a (h_0 + a/2),$$

тогда среднее значение плотности жидкости

$$r_{cp} = (1/2)(r_1 + r_2) = r_0 + ah_0.$$

Выталкивающая сила, действующая на куб, равна

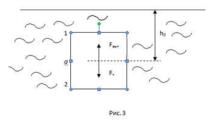
$$F_{BHT} = r_{cp}Vg = (r_0 + ah_0) a^3g.$$
 (2)

Подставляя (2) в (1), получим

$$r^*a^3g = (r_0 + ah_0) a^3g$$
,

откуда

$$h_0 = (r^* - r_0)/a$$
.



34. В стоящий на столе калориметр налита вода комнатной температуры \mathbf{t}_0 . С большой высоты \mathbf{h} в калориметр падают одинаковые капли воды той же температуры \mathbf{t}_0 . На уровне поверхности воды в калориметре имеется небольшое отверстие, через которое вытекает лишняя вода. Какая температура установится в калориметре спустя большое время после начала падения капель? Удельная теплоемкость воды равна \mathbf{c} , ускорение свободного падения капель равно \mathbf{g} . Теплоемкостью калориметра, отдачей тепла от его стенок и испарением воды можно пренебречь.

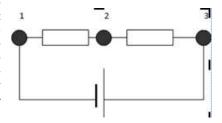
При падении капли массой m в калориметр сила тяжести совершает работу $\mathbf{mgh} = \mathbf{cmDt}$, где - \mathbf{Dt} – изменение температуры капли. Ясно, что пройдет много времени, когда весь начальный запас воды с температурой $\mathbf{t_0}$ вытечет из калориметра, и в нём установится температура

$$\frac{gh}{c}$$

 $\mathbf{r} = \mathbf{t_0} + \mathbf{D}\mathbf{t} = \mathbf{t_0} + \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{C}}$, и в дальнейшем она меняться не будет.

35.На занятиях школьного кружка ученики Иван и Василиса решили изготовить само-

дельные вольтметры из имеющихся в школьной лаборатории миллиамперметров. Иван соединил миллиамперметр последовательно с резистором сопротивлением $R_1 = 1$ кОм и приклеил на прибор шкалу напряжений, показывающую произведение текущего через миллиамперметр тока I на R_1 . Василиса собрала ту же схему, используя другой резистор с сопротивлением $R_2 = 2$ кОм, и приклеила шкалу, показывающую произведение I на R_2 . Ученики



решили испытать свои приборы, подключив их к схеме, изображенной на рисунке 2, с неизвестным напряжением батарейки и неизвестными сопротивлениями резисторов. Прибор Ивана при подключении к контактам 1 и 2 показал напряжение $U_{12}=1,8~B,~\kappa$ контактам 2 и 3 = напряжение $U_{23}=1,8~B,~\kappa$ контактам 1 и 3 — напряжение $U_{13}=4,5~B.$ Что покажет прибор Василисы при подключении к тем же парам контактов? Внутренним сопротивлением батарейки и миллиамперметров пренебречь. Решение

При подключении как прибора Ивана, так и прибора Василисы к контактам 1 и 3 схемы ток, текущий через прибор, будет равен $\mathbf{I} = \mathbf{U}/\mathbf{R}$, где \mathbf{R} – сопротивление данного прибора. Поэтому вне зависимости от величины \mathbf{R} стрелка на шкале самодельного вольтметра будет показывать величину $\mathbf{IR} = \mathbf{U}$, то есть напряжение батарейки. Следовательно, приборы Ивана и Василисы при подключении к клеммам 1 и 3 покажут одинаковые значения напряжения $\mathbf{V}_{13} = \mathbf{U}_{13} = \mathbf{4,5B}$.

Выясним теперь, как зависят показания U_{12} и U_{23} самодельных приборов от величин сопротивлений \mathbf{R}_1 (для прибора Ивана) или \mathbf{R}_2 (для прибора Василисы). Пусть прибор подключен к контактам 1 и 2 испытательной схемы (рис. 4).

Обозначим через $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$ и $\mathbf{R}_{\mathbf{y}}$ сопротивления резисторов, включенных между контактами 1 -2 и 2-3. Тогда в случае подключения прибора Ивана ток, текущий через резистор $\mathbf{R}_{\mathbf{1}}$,

будет равен
$$I_1$$
= U_{12}/R_1 , а ток, текущий через резистор R_x , будет равен I_x = U_{12}/R_x . Поэтому ток, текущий через резистор R_y , равен R_1 R_1 R_2

 $I_y = I_1 + I_x = U_{12}$

а напряжение батарейки равно:

а напряжение батарейки равно:

Отсюда

$$U_{12} = \underbrace{U_{13}}_{\mathbf{R}_{\mathbf{y}}}$$

Рассуждая аналогично, можно получить чае подключения приборов к контактом 2 и 3:

$$U_{23} = \underbrace{U_{13}}_{R_{\nu}}$$

По условию задачи $U_{12} = U_{23}$. Следовательно, $\mathbf{R}_{x} = \mathbf{R}_{y}$. С учетом этого получаем:

$$U_{12} = \underbrace{U_{13}}_{\mathbf{R}_{1}},$$

$$\mathbf{R}_{x}$$

$$\mathbf{R}_{1}$$

откуда

$$R_x = R_y =$$
 U_{13} U_{12} U_{13} U_{12} U_{13} U_{12} U_{13} U_{14} U_{15} $U_{$

Теперь для того, чтобы найти показания прибора Василисы V_{12} и V_{23} при подключении к клеммам 1-2 и 2-3, нужно в выражениях для U_{12} и U_{23} заменить R_1 на R_2 . С учетом равенства величин R_x и R_y получаем:

$$V_{12} = V_{23} = \boxed{ \frac{U_{13}}{2 + \frac{R_x}{R_2}}} = \boxed{ \frac{4,5B}{2 + \frac{0,5}{2}}} = 2 B$$

36. Условие плавания тела: сила Архимеда равна силе тяжести (см. рисунок 1):

$$F_{\mathrm{sum}} = F_{\mathrm{m}}, \ \mathit{unu} \
ho_{\mathrm{sc}} Sx_0 g =
ho_{\mathrm{m}} Shg,$$

где S - площадь поперечного сечения цилиндра, x_{θ} - глубина его погружения. Определим глубину погружения цилиндра:

$$x_0 = \frac{\rho_{M}}{\rho_{M}h}.$$

Если увеличить глубину погружения цилиндра, то сила тяжести не будет компенсировать выталкивающую силу и основной закон динамики для цилиндра (в проекции на направление оси x, вдоль которой совершаются колебания) будет иметь вид

$$ma_{x} = -\rho_{xx}Sxg,$$

где х- смещение цилиндра относительно положения равновесия, или

$$\rho_{\mathcal{M}}Sha_{\chi} = -\rho_{\mathcal{H}}Sxg,$$

откуда

$$a_{x} = -\frac{\rho_{xc}g}{\rho_{y}h}x. \qquad (1)$$

Ускорение при гармонических колебаниях изменяется по формуле

 $a_{x} = -\omega^{2}x$

. Сравнивая с (1), получим для собственной частоты колебаний ю

$$\omega^2 = \frac{\rho_{\mathcal{H}} g}{\rho_{\mathcal{M}} h}, \quad \omega = \sqrt{\frac{\rho_{\mathcal{H}} g}{\rho_{\mathcal{M}} h}}.$$

37. Плоская поверхность плоско-выпуклой линзы посеребрена. Фокусное расстояние линзы 0,3 м. Определите, где будет находиться изображение предмета, расположенного на расстоянии 60 см от линзы.

Дано: F = 0, 3 м, d = 60 см (0,6 м); f = ? **Решение:** Лучи, идущие от предмета, испытывают преломление, затем отражаются от зеркала и преломляются второй раз, выходя из линзы (рис. 2). Если бы поверхность не была посеребрена, то изображение предмета располагалось бы на расстоянии 2F от линзы, что следует из формулы

Для построения изображения берем лучи 1 и 2. Отразившись от зеркальной поверхности, лучи идут так, что, если бы не было линзы, то было бы получено изображение A2B2 (A1B1 является предметом для зеркала). Лучи 3 и 4- это лучи, отраженные от

поверхности зеркала. Эти лучи преломляются в линзе. Изображение A2B2 — мнимый предмет для линзы и окончательно получим действительное изображение A3B3. Для определения преломления луча 3 чертим побочную оптическую ось, параллельную этому лучу. Побочная оптическая ось пересечет фокальную плоскость в точке D, в эту же точку, преломившись, попадает луч 3. Луч 4 не изменяет своего направления, так как он проходит через оптический центр линзы. Пересечение лучей 5 и 4- А3- дает изображение точки A.

Тогда по формуле линзы имеем:

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{2F} + \frac{1}{f}$$

Откуда

$$f = \frac{2}{3}F$$
, $f = 20$ cm $= 0.2$ m.

Эту задачу можно решить другим способом. Так как благодаря зеркалу луч два раза преломляется на выпуклой поверхности линзы, можно рассмотреть линзу с двумя преломляющими сферическими поверхностями. Соответственно фокусное расстояние этой линзы F1 равно

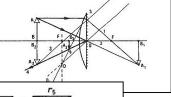
$$\frac{1}{F1} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F} = \frac{2}{F}; F1 = \frac{F}{2}.$$

Тогда по формуле линзы получим

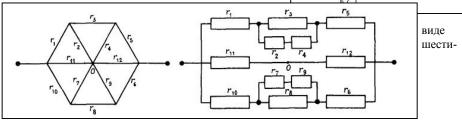
$$\frac{2}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \frac{2}{F} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{f}, f = \frac{2}{3}F.$$

Благодаря зеркалу предмет и его изображение находится слева от линзы.

Рис.2 Ответ: f = 0,2 м



38. Определить $R_{_{9KB}}$ соединения проводников в



угольника. Сопротивление каждой проволочки равно r (рис.3).

Дано: r, Rэкв - ?

Решение: В силу симметрии очевидно, что токи, текущие по сопротивлениям r_2 , r_4 , r_7 , r_9 , одинаковы. Следовательно, ток через узел О отсутствует. Можно нарисовать эквивалентную схему (рис. 4). Сопротивления r_2 , r_4 между собой соединены последовательно и параллельно с сопротивлением r_3 .

Тогла

$$R_{2,3,4} = \frac{2rr}{3r} = \frac{2}{3}r.$$

Эквивалентное соединение



соелинено последовательно

с сопротивлениями 1 и 5, тогда

$$R_{1\to 5} = \frac{2}{3}r + r + r = \left(\frac{8}{3}\right)r$$

 $R_{1\rightarrow 5}$

Эквивалентное сопротивление проводников 6-10 равно

$$R_{6\to 10} = \left(\frac{8}{3}\right)n$$

Сопротивления 11 и 12 соединены последовательно:

$$R_{11,12}=2r.$$

 $R_{1 \to 5}$, $R_{6 \to 10}$, $R_{11,12}$ соединены параллельно:

$$\frac{1}{R_{\text{9K8}}} = \frac{1}{R_{6\to 10}} + \frac{1}{R_{1\to 5}} + \frac{1}{R_{11,12}}$$

$$R_{\text{\tiny BKB}} = \left(\frac{4}{5}\right)r$$

Ответ

39. Смесь азота и гелия при температуре 27 0 С находится под давлением $p=1,3\ 10^{2}$ Па. Масса азота составляет 70% от общей массы смеси. Найти концентрацию молекул каждого из газов.

Решение: Давление идеального газа не зависит от природы газа и определяется его температурой и концентрацией. $P = n \ k \ T$ (1)

Процентное содержание газов задано по массе: $m_1 = c_1 m$, $m_2 = c_2 m$, (2) где m- масса смеси, m_1 - масса азота, m_2 - масса гелия,

 c_1 и c_2 - процентное содержание азота и гелия соответственно.

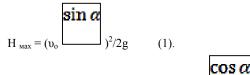
С другой стороны масса каждого из газов m_1 = $Vn_1\mu_1/N_a$, m_2 = $Vn_2\mu_2/N_a$ (3 где V- объем газа, μ -молярная масса, N_A - постоянная Авогадро, μ/N_A - масса молекулы.

Приравнивая (2) и (3) получим. $c_1 \ m=V n_1 \mu_1/\ N_A, \qquad c_2 \ m=V n_2 \mu_2/\ N_A$ откуда $n_1/n_2=c_1 \mu_2/c_2 \mu_1=1/3$, Поскольку $n=n_1+n_2$, то $n_1=p/4kT=0.8\ 10^{-23}\ m^{-3}$ $n_2=3p/4kT=2.4\ 10^{-23}\ m^{-3}$

OTBET: $n_1=0.8 \ 10^{-23} \ \text{m}^{-3}$, $n_2=2.4 \ 10^{-23} \ \text{m}^{-3}$

40. Под каким углом α к горизонту надо бросить шарик, чтобы центр кривизны вершины траектории шарика находился на земной поверхности.

Решение: Если тело бросили со скоростью υ_0 под углом α , то максимальная высота, на которую поднимается шарик, определяется по формуле:



В верхней точке траектории скорость тела равна $v_x = v_0$ (2)

Центростремительное ускорение равно ускорению свободного падения и определяется по формуле: $g = (\upsilon_0 cos \alpha)^2/R$ (3),

где R- радиус кривизны траектории. Из формулы 3 определим R

$$R = (v_0 \cos \alpha)^2 / g \quad (4),$$

$$\tan \alpha = \sqrt{2}$$

$$\alpha = 54.8$$

Приравнивая (1) и (4) находим Ответ: $\alpha = 54,8^{0}$

№ теста	Task1.in	Task1.out	Балл
1.	10	1	5
2.	17	3	5
3.	257	2	5
4.	459	9	5

№ теста	Task2.in	Task2.out	Балл
1	31 12 0001	5 4 2	5
2	01 01 0002	6 4 2	5
3	20 05 0001	20 7 1	5
4	01 01 2012	3 3 5246	5
5	31 12 2012	8 1 5249	5
6	01 01 1000	18 1 2606	5

43. Задача 3. П и л а . Входные и выходные тестовые файлы

№ теста	Task3.in	Task3.out	Балл
1	5	1	10
	1 2 3 1 2		
2.	5	0	10
	1 2 1 3 2		
3.	5	3	10
	1 2 3 4 5		
4.	5	2	10
	11211		
5.	5	4	10
	11111		

44. Монитор. Количество цветов, которые может воспроизводить видеоадаптер, определяется количеством бит, отводимых в видеопамяти ПК для описания одной точки. Например, 2 бита позволяют воспроизводить 4 цвета, 4 бита — 16 цветов и т.д. Видеопамять содержит информацию о цвете каждой точки экрана.

Для хранения области экрана монитора размером M'N точек выделено D Кбайт.

Написать программу определения максимального количества цветов, которое допустимо использовать для раскраски точек.

Формат входных данных

Файл содержит три числа D, M и N, разделенных пробелами.

Формат выходных данных

Выходной файл содержит максимальное количество цветов.

Пример входных и выходных файлов

Task1.in	Task1.out
64 512 256	16

45. Последовательность.

Составить программу вычисления N — количества членов числовой последовательности, которая задается следующим правилом:

А — первое число последовательности (натуральное, кратное 3);

каждый следующий элемент равен сумме кубов цифр предыдущего.

Вычисления прекращаются, когда очередной элемент последовательности станет равным 153.

(В любой такой последовательности обязательно встречается 153) Например, при A=33:

$$3^3+3^3=54$$

 $5^3+4^3=189$
 $1^3+8^3+9^3=1242$
 $1^3+2^3+4^3+2^3=81$
 $8^3+1^3=513$
 $5^3+1^3+3^3=153$

Количество членов последовательности N=6

Формат входных данных

Файл содержит натуральное число А, кратное 3.

Формат выходных данных

Выходной файл содержит количество членов последовательности N.

Пример входных и выходных файлов

Task2.in	Task2.out
33	6

46. Морской бой. (50 баллов) Написать программу подсчета количества одно-, двух-, трёх- и четырехпалубных кораблей, расположенных на поле для игры «Морской бой».

Корабли не могут быть изогнутыми и друг с другом не соприкасаются. Поле для игры задается в виде таблицы N'N, каждый элемент которой равен либо 0, если клетка свободна, либо 1, если занята.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит число N — количество строк и колонок таблицы.

Следующие N строк содержат по N значений элементов таблицы, разделенных пробелами.

Формат выходных данных

Одна строка, содержащая 4 числа — количество одно-, двух-, трёх- и четырехпалубных кораблей.

Пример входного и выходного файла

Task3.in	Task3.out
5	2 1 1 1
1 1 1 0 1	
0 0 0 0 1	
1 0 1 0 1	
0 0 1 0 1	
1 0 0 0 0	